

UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO

INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPARTAMENTO DE FÍSICA

CURSO DE FÍSICA

Paloma de Freitas Ferreira

Modelagem de Redes Complexas e Mecânica
Estatística Não-Extensiva Aplicada o Estudo de
Terremotos

Curso de Física

Seropédica

2023

Paloma de Freitas Ferreira

Modelagem de Redes Complexas e Mecânica
Estatística Não-Extensiva Aplicada ao Estudo de
Terremotos

Monografia apresentada ao Curso de Graduação em Física da UFRRJ, como requisito parcial para obtenção do título de graduada em Física,
sob a orientação do Prof. Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira e da coorientação do Prof. Dr. Moisés Augusto da Silva Monteiro Araújo.

Seropédica

2023

PALOMA DE FREITAS FERREIRA

**MODELAGEM DE REDES COMPLEXAS E MECÂNICA ESTATÍSTICA
NÃO-EXTENSIVA APLICADA AO ESTUDO DE TERREMOTOS**

Monografia apresentada ao curso de Graduação em Física da Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro - UFRRJ, Campus Seropédica, como requisito para obtenção do título de Licenciatura em Física.

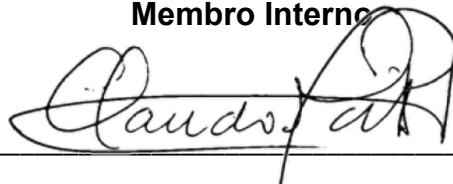


Prof. Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira (LisComp - IFRJ)

Orientador

Prof. Dr. Moisés Augusto da Silva Monteiro de Araújo (DEFIS - UFRRJ)

Membro Interno



Prof. Dr. Claudio Maia Porto (DEFIS - UFRRJ)

Membro Interno

À comunidade da Universidade
Federal Rural do Rio de Janeiro,
Campus Seropédica, e ao
Observatório Nacional.

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus pois sem Ele jamais teria conseguido chegar até aqui.

Agradeço aos meus pais Adriana da Costa Freitas Ferreira e José Roberto de Jesus Ferreira por terem me fornecido toda a base necessária para que eu pudesse me dedicar integralmente aos meus estudos durante todos estes anos.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. Douglas Santos Rodrigues Ferreira por sempre ter acreditado no meu potencial durante todos estes anos, por vezes, muita mais do que eu mesma.

Agradeço a todos os meus amigos e colegas com os quais compartilhei minhas dores, incertezas, alegrias, tristezas e frustrações ao longo da caminhada.

Agradeço a todos os meus Professores e Professoras desde a minha fase de alfabetização até a minha graduação.

Agradeço à Coordenação do Curso de Física por toda cooperação.

Agradeço à Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro por ter me proporcionado um ensino público, gratuito e de qualidade.

Agradeço um pouco a mim mesma também por não ter desistido mesmo em meio a todas às dificuldades e pelas renúncias que fiz durante todos estes anos de graduação.

Enfim, a todas às pessoas que por algum motivo contribuíram para a realização do presente trabalho, deixo meus mais sinceros agradecimentos.

Vamos acordar, vamos acordar,
Cabeça erguida, olhar sincero, tá
com medo de quê?
Nunca foi fácil, junta os seus
pedaços e desce pra arena
Mas lembre-se: aconteça o que
aconteça,
Nada como um dia após o outro
(SOU MAIS VOCÊ, 2002)

RESUMO

FERREIRA, P. F. Modelagem de Redes Complexas e Mecânica Estatística Não-Extensiva Aplicada ao Estudo de Terremotos. 2023. 42 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação) – Física. Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro. Seropédica, 2023.

O presente trabalho tem como finalidade central o estudo de um dos fenômenos naturais mais devastadores de todos: abalos sísmicos, popularmente conhecidos por terremotos. Para tal fim, foram utilizados métodos e teorias de sistemas complexos, especialmente, de Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE). Desta forma, os resultados foram analisados à luz da MENE, a qual é adequada para descrever sistemas complexos que possuem interações de longo alcance entre seus elementos. E o principal diferencial do presente trabalho está na abordagem de um tópico com muitos questionamentos em aberto, principalmente, no que diz respeito ao estudo da dinâmica do fenômeno através de análises de distribuições de tempo, espaço e conectividade entre os epicentros.

Palavras-chave: Terremotos. Redes Complexas. Mecânica Estatística Não-Extensiva. Modelagem Computacional.

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	9
2 OBJETIVOS	10
2.1 Objetivo Geral	10
2.2 Objetivos Específicos	11
3 REFERENCIAL TEÓRICO	12
3.1 Redes Complexas	12
3.2 Mecânica Estatística Não-Extensiva	18
3.3 Terremotos.....	21
4 METODOLOGIA	27
4.1 Construção da Rede de Epicentros	27
4.2 Como funciona o Modelo Sucessivo?	29
4.3 Como funciona o Modelo de “Janela de Tempo”?	30
5 RESULTADOS E DISCUSSÃO	32
5.1 Resultados para o Modelo Sucessivo	33
5.2 Resultados para o Modelo “Janela de Tempo”	35
6 CONCLUSÕES	37
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	40
8 APÊNDICE	43

1 INTRODUÇÃO

O conhecimento físico que se possui acerca da dinâmica envolvida no processo de produção de um sismo de origem tectônica nos leva à definição de que quando o material terrestre fica sujeito a um nível de tensão que ultrapasse o seu limite elástico, este material “cede”. Quando este material cede em forma de fratura frágil (de forma abrupta, ainda dentro do limite elástico do material) ocorre a produção de um sismo. Como a única região da Terra onde é capaz de existir um movimento diferencial no material de forma que a tensão possa se acumular e ultrapassar o limite elástico do material e este material “ceda” de forma frágil é na litosfera, os terremotos rasos só ocorrem nela, sendo mais frequentes nas regiões de fronteiras de placas tectônicas.

Esta teoria, conhecida por teoria do ressalto elástico, diz que a deformação, devida ao movimento diferencial entre dois blocos, acumula-se durante anos, até o limite de resistência ser atingido, ocorrendo assim a fratura e um consequente deslocamento brusco e repentino no plano da falha (um ressalto) fazendo com que a energia de deformação que estava armazenada no material seja liberada sob a forma de ondas sísmicas, produzindo assim os abalos sísmicos.

Diante disto, visando colaborar com o estudo da dinâmica sísmica, no presente trabalho foram usados dados reais para construir e reproduzir redes de epicentros de terremotos e, a partir destas, utilizar teorias e conceitos de

Física Estatística, mais especificamente, de Mecânica Estatística Não-extensiva, no intuito de colaborar para o entendimento das propriedades temporais e espaciais na ocorrência dos terremotos e, portanto, contribuir para obtenção de mais conhecimentos acerca da dinâmica sismológica.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo Geral

A análise de dados reais, obtidos por intermédio dos catálogos mundiais, vide a *Advanced National Seismic System* (ANSS), permite a realização de estudos acerca da dinâmica do sistema complexo responsável pelo surgimento e propagação de ondas sísmicas. Algumas das “assinaturas” de sistemas complexos são: o surgimento de distribuições de probabilidades em lei de potência, invariância de escala tanto no tempo quanto no espaço, além de características fractais com expoentes críticos universais. O surgimento destas propriedades é importante pois ajuda na caracterização do sistema com o qual se está trabalhando.

Desta forma, o presente trabalho apresentado aqui teve por objetivo geral efetuar o levantamentos de dados sísmicos reais de terremotos a fim de que seja possível a construção de redes complexas. A formulação dos modelos de rede será a responsável por minerar os dados e encontrar padrões que permitam analisar espacialmente e temporalmente o sistema sob a ótica da Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE), fazendo, portanto, com que se tenha uma melhor compreensão da dinâmica do fenômeno.

2.2 Objetivos Específicos

Nos últimos anos, diversos trabalhos têm utilizado teorias e conceitos de Mecânica Estatística para o estudo de eventos sísmicos, especialmente, no que se refere às aplicações de características presentes em sistemas complexos, nos quais o fenômeno sísmico é tratado como tendo origem em um sistema entre cujos elementos ocorrem fortes interações, produzindo características de longo alcance no espaço e no tempo. Assim, acabam se enquadrando em um grupo de sistemas complexos nos quais surgem distribuições de probabilidades em forma de funções não tradicionais do tipo *q-exponenciais*, fazendo com que estes não possam ser estudados à luz da mecânica estatística tradicional de Boltzmann-Gibbs, mas sim pela Mecânica Estatística Não-extensiva de Tsallis [1].

A partir de resultados prévios obtidos em estudos globais e regionais como, por exemplo, Califórnia [2, 3], Japão [4, 2], Irã [5], Itália [6] e para terremotos ocorridos em todo o mundo [7], foram analisados dados de catálogos sísmicos mundiais à luz dos conceitos de MENE.

Os estudos feitos para os dados sismológicos reais coletados foram fundamentados na formulação e construção de redes complexas de terremotos. Nestas redes, são estabelecidas relações não somente entre os eventos em si, mas também entre os locais onde ocorreram os terremotos (os epicentros) e o instante em que ocorreram estes eventos. Esta forma de estudo produz diversos ganhos a respeito do conhecimento sísmico, uma vez que poderemos estudar a dinâmica envolvida no fenômeno sísmico em si, tanto na origem que produz tal fenômeno, quanto na propagação e consequências das ondas sísmicas decorrentes do tremor. Buscou-se a

identificação de propriedades de sistemas complexos presentes nas redes complexas de eventos sísmicos construídas, assim como nas características espaciais, temporais e topológicas destas redes.

3 REFERENCIAL TEÓRICO

Antes de discutir a metodologia aplicada no presente trabalho, bem como os resultados obtidos é preciso ter a ciência de alguns conceitos importantes. Tais conceitos são referentes aos temas de Redes Complexas, de Mecânica Estatística Não-Extensiva e de Geofísica.

3.1 Redes Complexas

Em Janeiro de 2020, o célebre físico Stephan Hawking afirmou durante uma entrevista ao *San Jose Mercury News* que o próximo século seria o século da complexidade.

Nossa vida cotidiana é repleta de sistemas complexos. Por definição, sistemas complexos são aqueles com um grande número de agentes interagentes que exibem comportamentos emergentes não triviais e auto organizados [8]. Como por exemplo, temos as interações contínuas entre milhares de genes nas nossas células, e entre os milhões de neurônios que fazem sinapses no nosso cérebro. Também existe a cooperação necessária entre os cientistas para a o desenvolvimento dos mais diversos ramos da ciência.

Neste sentido, as redes, que funcionam como um catálogo dos componentes de um sistema e as interações diretas entre eles, são objetos de estudo dos sistemas complexos. Entretanto, o início do estudo da temática

de sistemas complexos e redes ainda é discutível. O seu entendimento como uma área dentro da ciência remonta ao século XXI. Mesmo com tal origem recente, o seu impacto na comunidade científica é evidente. É extremamente útil, por exemplo, para a verificação do padrão de citações dos artigos mais citados dentro da própria área de sistemas complexos. As revistas científicas mais proeminentes, como, por exemplo, *Nature and Science*, e *PNAS (The Proceedings of the National Academy of Sciences)* têm editoriais dedicados ao estudo do impacto das redes nas mais variadas temáticas que vão desde economia, biologia, ciências sociais a outras.

Para entender as muitas formas que as redes podem ser afetadas pelas propriedades de um sistema é preciso estar familiarizado com a teoria dos grafos, um ramo da matemática, que começou a ser desenvolvido no século XVII, quando, em 1735, Leonard Euler resolveu, pela primeira vez, um problema matemático usando um grafo [9].

Um grafo G é constituído de um conjunto V não-vazio de objetos, chamados vértices (ou nós), e um conjunto A de pares não ordenados de elementos de V , chamados de arestas. Denotamos o grafo por $G(V, A)$ ou simplesmente. Pode ser representados através de um diagrama onde os vértices são representados por pontos e cada aresta é representada por uma linha ligando os pares de vértices que a definem [10].

As redes são comumente representadas por grafos e, portanto, possibilitam a compreensão de um sistema complexo, já que permitem o entendimento de como os seus componentes interagem entre si.

O número de nós de uma rede, N , representa o número de componentes de um sistema. E o número de ligações, E , representa, o número total de interações entre os nós. A Figura 1 representa uma rede de colaboração científica.

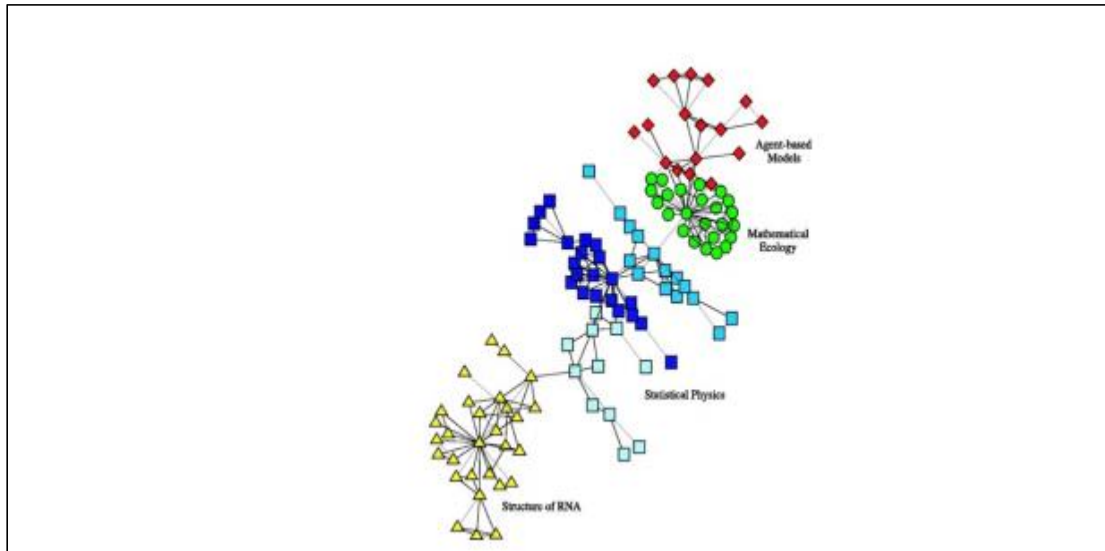


Figura 1 - Rede de colaboração científica, onde os vértices (formas geométricas) são os cientistas e os mesmos são conectados por arestas (retas) caso tenham elaborado juntos algum artigo [NEWMAN,2001].

A estrutura de uma rede depende do método de construção utilizado. Assim, é possível obter diferentes configurações de rede para uma mesma base de dados. Portanto, é necessário analisar as propriedades estatísticas para as caracterizar de acordo com a sua estrutura.

Conforme demonstrado por Erdős-Rényi [11], redes criadas a partir de conexões distribuídas de forma aleatória possuem distribuições de grau (conectividade) (k), que representando o número de ligações que cada nó possui com os outros nós, $P(k)$, dadas por distribuições de Poisson,

$$P(k) = \binom{N}{k} p^k (1-p)^{N-k} \cong \frac{\langle k \rangle^k e^{-\langle k \rangle}}{k!}, \quad (1)$$

onde N é o número total de vértices da rede, $\langle k \rangle$ é o grau médio da rede e p é a probabilidade de uma aresta estar presente na rede.

Além do grau k , há a força (“*strength*”), s_i , de cada vértice i . Esta é uma medida usada para redes ponderadas como, por exemplo, as que são abordadas no presente trabalho. Uma rede ponderada é uma rede onde as arestas entre os nós têm pesos atribuídos a eles.

Diferentemente das redes aleatórias, para que uma rede seja considerada livre de escala (“*scale-free*”), a distribuição de conectividade de seus vértices deve seguir uma lei de potência [12], ou seja, a probabilidade de os vértices da rede terem k ligações é dada por

$$P(k) \sim k^{-\gamma}, \quad (2)$$

em que γ é uma constante positiva. A Equação 2 nos diz que uma rede livre de escala (“*scale-free*”) tem uma maioria dos vértices com poucas ligações e um pequeno número de vértices com grande conectividade (denominados *hubs*) [13]. Ou seja, as ligações não são estabelecidas aleatoriamente, mas sim por algum sistema do tipo “conexão-preferencial” [14].

Além disto, temos também as redes de mundo-pequeno (“*small-world*”), para as quais a definição mais aceita se baseia no trabalho de Watts [15]. Estas redes têm duas características interessantes. A primeira é o comprimento de caminho médio, ℓ , que mede o quão “próximo” um vértice está dos outros vértices da rede, e tem a mesma ordem de grandeza que o logaritmo do número de vértices, ou seja,

$$\ell \approx \ln N, \quad (3)$$

O segundo diz respeito ao coeficiente de agrupamento da rede, C . Este parâmetro informa o grau de agregação dos primeiros vizinhos de um determinado vértice, e o seu valor para toda a rede pode ser calculado por

$$C = \frac{1}{N} \sum_i \frac{\Delta(i)}{\Delta_{all}(i)}, \quad (4)$$

em que $\Delta(i)$ é o número de triângulos direcionados formados por um vértice i e os seus vizinhos e $\Delta_{all}(i)$ é o número de todos os triângulos possíveis que i poderia formar com os seus vizinhos. Nas redes de mundo pequeno, $C \gg C_{rand}$, em que $C_{rand} = \frac{\langle k \rangle}{N}$ é o coeficiente de aglomeração de uma rede aleatória semelhante.

Também podemos investigar a relação entre os graus de conectividade dos os vértices que se ligam uns aos outros na rede. Esta análise pode ser efetuada através do estudo da assortatividade (ou mistura assortativa), que se refere à tendência dos nós de uma rede para se ligarem a outros nós com um grau de conectividade semelhante (assortativo), oposto (desassortativo) ou independente do grau de conectividade (neutra). Estas propriedades de correlação podem ser classificadas utilizando a função de correlação de graus calculada para todas as conectividades k [16, 17], expressa como

$$k_{nn}(k) = \sum_j j P(j|k), \quad (5)$$

em que $P(j|k)$ é a probabilidade condicional de uma aresta arbitrariamente selecionada liga um vértice de grau k a um vértice de grau j . A função de

correlação de graus informa que se $k_{nn}(k)$ aumenta com k , a rede é assortativa, e se $k_{nn}(k)$ diminui com k , a rede é desassortativa. Quando é independente de k , a rede é chamada neutra.

Outra forma de estudar e quantificar esta relação é através do cálculo do coeficiente de correlação de graus [18, 19], r , que é o coeficiente de correlação de Pearson entre as conectividades encontradas nas duas extremidades de uma mesma aresta, dado por

$$r = \frac{\sum_{jk} (e_{jk} - q_j q_k)}{\sigma^2}, \quad (6)$$

em que e_{jk} é a probabilidade de encontrar um vértice com conectividades j e k nas duas extremidades de uma aresta selecionada aleatoriamente, q_k é a probabilidade de existir um vértice com conectividade k no final de uma aresta selecionada aleatoriamente, e σ^2 é a variância de q_k . O valor de r pode variar entre -1 (desassortatividade perfeita) e 1 (assortatividade perfeita), e $r = 0$ corresponde a uma rede neutra.

Além disso, no estudo da teoria das redes, a análise de comunidades desempenha um papel essencial na identificação e compreensão dos vértices que partilham características comuns. As comunidades são estruturas modulares com vértices densamente ligados que estão escassamente ligados a outros grupos densos na rede [20]. Na sociedade, há muitos exemplos de comunidades, como grupos de amizade, cidades e nações. A forma como estão estruturadas e relacionadas é essencial, uma vez que está diretamente correlacionada com a propagação de informações (opiniões e doenças, por exemplo).

A separação de uma rede em comunidades pode ser efetuada de diferentes formas. Por conseguinte, é necessário dispor de uma forma de medir a qualidade da partição. Esta avaliação da qualidade pode ser efetuada calculando-se a modularidade da rede [21, 20], Q , que avalia o número de arestas que ligam vértices dentro das mesmas comunidades. Esta quantidade pode ser definida por

$$Q = \sum_{c=1}^{n_c} \left[\frac{l_c}{m} - \left(\frac{d_c}{2m} \right)^2 \right], \quad (7)$$

Aqui, n_c é o número de comunidades após a partição completa da rede, l_c é o número total de arestas dentro da comunidade c , d_c é a soma das conectividades dos vértices de c , e m é o número total de arestas da rede.

Algumas das principais propriedades da modularidade são (i) quanto maior for o seu valor, melhor é a estrutura da comunidade correspondente (mas não pode exceder o valor um [22, 23]); (ii) quando se considera toda a rede como uma única comunidade, $Q = 0$; e (iii) se cada vértice pertencer a uma comunidade separada, $l_c = 0$ e, portanto, Q é negativo.

3.2 Mecânica Estatística Não-Extensiva

A Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE) é uma teoria introduzida para explicar muitos sistemas físicos onde a mecânica estatística tradicional de Boltzmann-Gibbs não parece se aplicar. Os estudos de MENE se baseiam no uso da entropia, introduzida por Constantino Tsallis em 1988 [1], definida por:

$$S_q = k \left[\frac{1 - \sum_{i=1}^W p_i^q}{q - 1} \right], \quad (8)$$

onde W é o número total de configurações possíveis, q é o índice entrópico, p_i são as probabilidades associadas e k é uma constante positiva convencional. No limite $q \rightarrow 1$ recupera-se a entropia padrão de Boltzmann-Gibbs, dada por

$$S = -k \sum_{i=1}^W p_i \ln p_i, \quad (9)$$

Quando feita a maximização da entropia de Tsallis S_q , a distribuição de probabilidade tem a forma de uma q -exponencial, dada por:

$$e_q(x) = \begin{cases} [1 + (1 - q)x]^{1/(1-q)}, & [1 + (1 - q)x] \geq 0 \\ 0, & [1 + (1 - q)x] < 0 \end{cases}, \quad (10)$$

em que, quando $q \rightarrow 1$, é recuperada a função exponencial padrão. Esta função aparece em sistemas que possuem fortes correlações temporais e espaciais entre seus elementos.

A MENE é uma teoria que pode explicar uma variedade de sistemas complexos com características como por exemplo, interação de longo alcance entre seus elementos, memória temporal de longo alcance, evolução fractal do espaço de fase e certos tipos de dissipação de energia, onde diversos fenômenos em geofísica apresentam tais características [24, 25, 26, 27].

Neste sentido, a utilização da física estatística para análise de propriedades estatísticas dos terremotos se torna muito importante. Podemos citar como exemplos duas leis empíricas que advêm dessa análise, são elas:

a lei de Gutenberg-Richter para a distribuição de tamanhos de terremotos [28], e a lei de Omori para a evolução temporal da frequência de *aftershocks* [29].

Dentre as características observadas nessas distribuições, e em outras distribuições relacionadas aos terremotos, podemos destacar o comportamento em lei de potência. Essa propriedade leva à hipótese de que a crosta terrestre se encontra em um estado crítico e se comporta como um sistema crítico auto-organizado (SOC, em inglês). Assim, é de grande relevância estudar a existência de relações de longo alcance espaço-temporal presentes em dinâmicas de terremotos, tendo em vista que em um sistema auto-organizado a ocorrência de sincronização parcial dos elementos leva à criação de relações de longo alcance.

Desta forma, muitos trabalhos têm se dedicado a pesquisas sismológicas relacionadas a caracterizações estatísticas de fenômenos críticos, principalmente através da manipulação de dados reais disponibilizados em sites e repositórios espalhados pelo mundo. Dentre estes trabalhos, destacam-se aqueles que utilizam teorias de redes complexas. Em estudos prévios de redes para terremotos da Califórnia e do Japão [30, 2] e para terremotos ocorridos em todo o mundo [7], foram encontradas propriedades de mundo-pequeno e distribuições livre de escala. Contudo, também foi observado em [7] que o modelo sucessivo de conexões dos vértices, utilizado nesses estudos, apresenta limitações quando aplicado a catálogos de terremotos globais.

Diante deste panorama, é possível encontrar indícios que permitam argumentar a favor de que os terremotos pelo mundo não são independentes uns dos outros, existindo, portanto, correlações de longo alcance tanto no tempo quanto no espaço, como sugerido, por exemplo, em [31], onde os autores mostram que terremotos podem induzir outros a milhares de quilômetros de distância de seus epicentros.

Na próxima seção, alguns conceitos geofísicos necessários ao entendimento do que são terremotos serão explicados, uma vez que, no presente trabalho, os conceitos de Sistemas Complexos e de Mecânica Estatística Não-Extensiva são aplicados para o estudo de terremotos.

3.3 Terremotos

Em 1960, a região de Valdivia no Chile foi atingido por um terremoto de magnitude 8,5 na escala Richter, isto é, o terremoto mais devastador registrado no planeta no século XX conforme, ilustra a Figura 2. Inclusive, foi medido 9,7 de magnitude com base no momento sísmico. Cerca de 1600 pessoas morreram, 3000 ficaram feridas e mais de 2 milhões ficaram desabrigadas. O prejuízo financeiro para o país foi estimado em 550 milhões de dólares.



Figura 2 - Situação da região de Valdivia, no Chile após o terremoto de magnitude 8,5 na escala Richter, em 1960. Fonte: GETTY IMAGES, 1960.

Vide o exemplo acima, é conhecido que alguns terremotos são capazes de causar um número de mortos que ultrapassa as centenas de milhares e os seus efeitos destruidores podem ser sentidos em áreas muito amplas, abrangendo centenas de milhares de quilômetros quadrados. Por esta razão, entender a dinâmica responsável por esse fenômeno é de grande importância para as mais variadas áreas de estudo.

Terremotos são fenômenos geofísicos que ocorrem quando a tensão acumulada entre duas placas litosféricas, que compõem a crosta terrestre, supera a resistência das rochas de modo que ocorra uma ruptura, denominada falha geológica.

O local no interior da crosta terrestre onde se inicia a ruptura e a consequente liberação da tensão acumulada chama-se hipocentro (foco). Enquanto que, o ponto da superfície terrestre imediatamente acima do hipocentro é o epicentro. A Figura 3 ilustra isto.

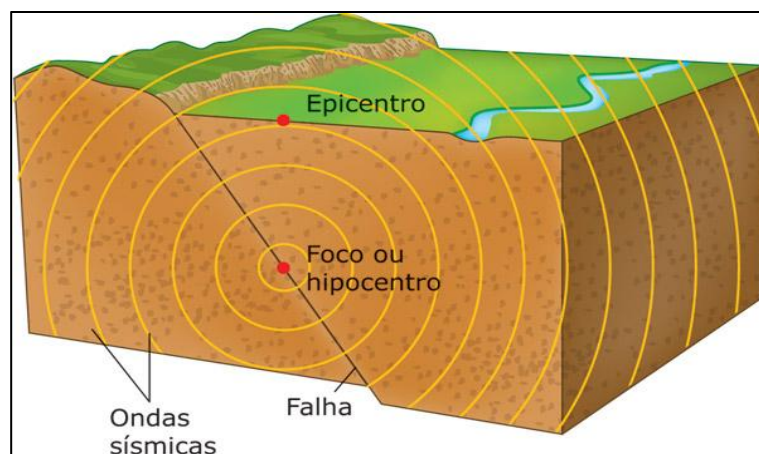


Figura 3 - Esquema que ilustra o surgimento de um terremoto.

Fonte: Repositório da Universidade Federal Rural do Semi-Árido.

O terremoto ainda provoca o surgimento de ondas sísmicas, que se propagam em todas as direções. Elas são de dois tipos, as ondas primárias (ondas P) e as ondas secundárias (ondas S), vide a Figura 4.

As ondas P são longitudinais, isto é, elas vibram na mesma direção em que se propagam. As ondas S são transversais, já que vibram na direção perpendicular à direção de propagação das ondas primárias são mais velozes, provocam deformações de compressão e de dilatação. As secundárias são mais lentas e provocam cisalhamento. Conforme, mostra a Figura 4.

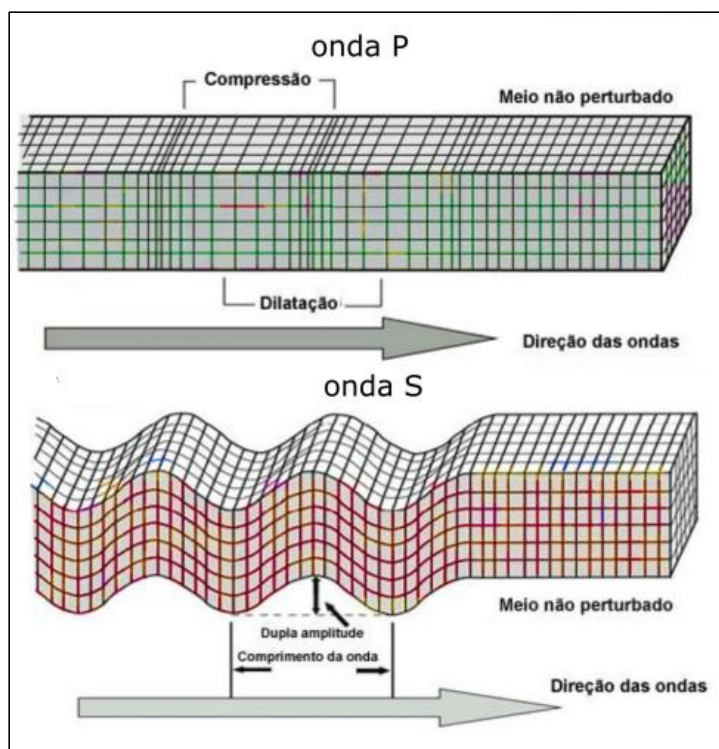


Figura 4 - Fonte: Bartolo, 2021.

Além disso, quando um terremoto é de baixa intensidade, chama-se de abalo sísmico ou tremor de terra. Todavia, a origem e a natureza são exatamente as mesmas, diferindo apenas a extensão da área de ruptura.

No Brasil, os sismos que ocorrem são, em sua maioria, superficiais e possuem baixa magnitude. Já que o país está situado sobre a placa tectônica da América do Sul (sul-americana) e, portanto em uma região estável. Geralmente os terremotos brasileiros ocorrem em áreas isoladas e raramente são registrados graves danos humanos e materiais.

Em 2022, o Serviço Geológico dos Estados Unidos registrou um terremoto de magnitude igual a 6,5 na escala Richter, no Acre, o maior já registrado na história do Brasil, superando o tremor de terra que ocorreu em 31 de janeiro de 1955 na Serra do Tombador, em Mato Grosso, que teve magnitude de 6,2. Entretanto, é preciso esclarecer que este é considerado

um evento andino, já que a origem do abalo sísmico se deu na Cordilheira dos Andes enquanto que, o ocorrido em 1955 tem sua origem em território brasileiro.

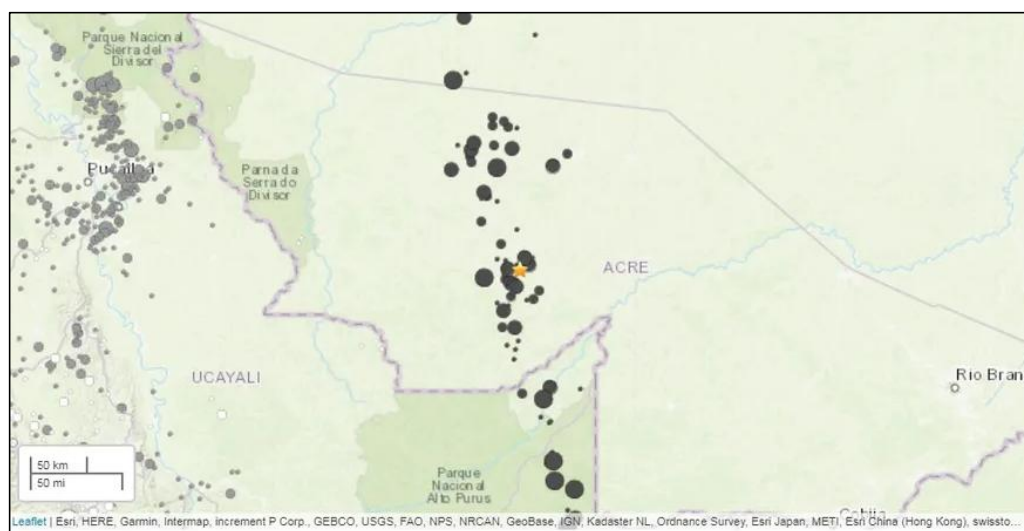


Figura 5 - Mapa mostra o epicentro do terremoto no município de Tarauacá, no Acre. Foto: Reprodução/USGS.

Em 1956, Charles Francis Richter e Beno Gutenberg foram os primeiros a propor o estabelecimento de uma relação probabilística entre a magnitude dos sismos e a frequência de suas ocorrências [32].

A função exponencial que descreve esta relação é designada Lei de Gutenberg-Richter. Esta descreve a relação entre a magnitude, medida na Escala de Richter, e o número total de sismos, com certa magnitude, que ocorre em determinada região num determinado período de tempo. Matematicamente, é expressa por:

$$N = 10^{a - bm}, \quad (11)$$

Ao aplicar o logaritmo em ambos os lados da equação (11), temos:

$$\log_{10} N = a - bm \quad (12)$$

onde: N é o número de eventos com magnitude superior a m , e a e b são parâmetros específicos para cada região. Contudo, o parâmetro a está relacionado com a atividade sísmica dada pelo número total de sismos e o b está relacionado com a distribuição de sismos para diferentes magnitudes.

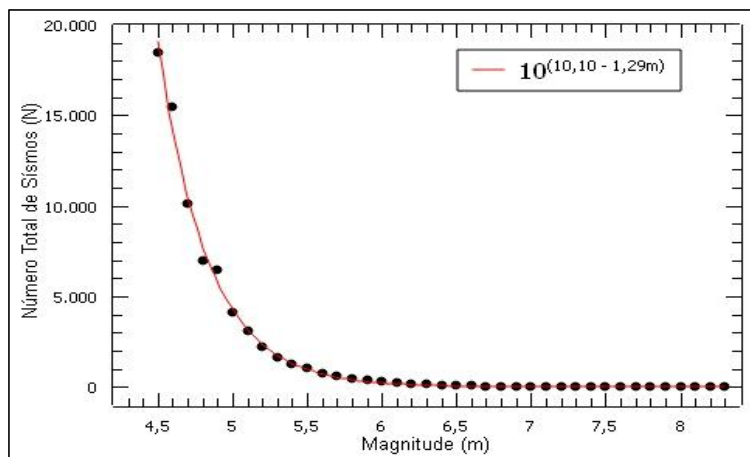


Figura 6 - Ajuste da Lei de Gutenberg-Richter para os dados de sismos mundiais retirados do catálogo da ANSS com magnitude superior a 4,5 na escala Richter, de 2013 a 2022. Gráfico produzido no software SciDavis. Fonte: Acervo da autora, 2023.

A estabilidade e evolução temporal desta lei de potência quando o sistema fica próximo de rupturas é explicada pela física estatística.

O parâmetro b , geralmente, fica próximo de 1,0 em regiões com sismicidade ativa. Inclusive, um valor de b muito distinto de 1,0 pode sugerir que existem problemas com o conjunto de dados analisado.

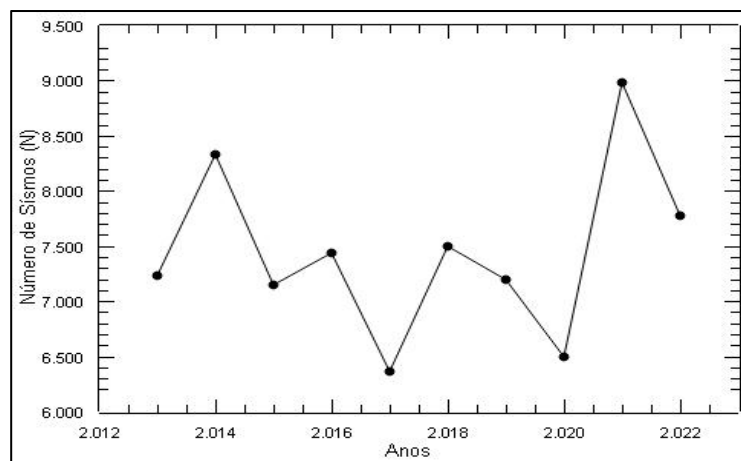


Figura 7 - Número de sismos mundiais retirados do catálogo da ANSS com

magnitude superior a 4,5 na escala Richter, de 2013 a 2022. Gráfico produzido no software SciDavis. Fonte: Acervo da autora, 2023.

Os *aftershocks* (tremores secundários) são terremotos menores que ocorrem após um terremoto maior. As taxas de *aftershocks* e magnitudes seguem leis empíricas bem estabelecidas. Esta lei estabelece que a taxa de *aftershocks* diminui rapidamente com o tempo. Esta relação empírica foi descrita pela primeira vez por Fusakichi Omori em 1894 [29]. É dada por:

$$n(t) = \frac{k}{c + t}, \quad (13)$$

onde k e c são parâmetros, que variam entre as sequências de terremotos.

Em 1961, uma versão modificada foi proposta por Utsu [33] e é dada por:

$$n(t) = \frac{k}{(c + t)^p}, \quad (14)$$

onde p é um outro parâmetro que modifica a taxa de decaimento. Inclusive, a Figura 7 do texto exibe o número de terremotos mundiais por ano durante o período de 2013 a 2022.

4 METODOLOGIA

Para a realização do estudo, foram coletados dados do catálogo eletrônico mundial de terremotos, a ANSS, no período de 2000 a 2019, com magnitude (m) maior ou igual a 4.5 na escala Richter, para profundidade rasas (≤ 70 km) e profundas (>70 km). O intuito de considerar de forma separada os dados rasos e profundos é para poder realizar comparações com terremotos que possuam a mesma origem sísmica.

A ANSS (*Advanced National Seismic System*) fornece informações em tempo real sobre terremotos proporcionando um conhecimento da situação ao pessoal de resposta a emergências. Possui uma rede nacional de base, *the National Earthquake Information Center (NEIC)*, *the National Strong Motion Project* e 15 redes sísmicas regionais operadas pelo *USGS (United States Geological Survey)* e seus parceiros.

4.1 Construção da Rede de Epicentros

Após a obtenção dos dados, foi construída uma rede de epicentros. Para a definição dos vértices da nossa rede, foi usada a metodologia utilizada em [7], que é explicada a seguir. A determinação da célula de cada epicentro é feita pela observação da latitude ϕ_E e da longitude λ_E de cada epicentro para um dado referencial, que, por simplicidade, foi adotado como $\phi_0 = 0$ e $\lambda_0 = 0$. A partir destas coordenadas foram calculadas as distâncias Norte-Sul (S_E^{ns}) e Leste-Oeste (S_E^{lo}) entre o local do epicentro e o referencial adotado. Considerando uma aproximação esférica da Terra temos que:

$$S_E^{ns} = R \cdot \phi_E, \quad (15)$$

$$S_E^{lo} = R \cdot \lambda_E \cdot \cos(\phi_E), \quad (16)$$

onde $R = 6371$ km é o raio da Terra.

Depois do cálculo destas distâncias, foi definido o tamanho L do lado de cada célula quadrada. A escolha do tamanho das células deve ser feita com cuidado, já que se elas forem muito pequenas será obtida uma resolução elevada e, portanto, será provável que poucos sismos se encontrem na mesma célula, tornando a rede esparsa e pouco útil. Ao passo

que, se as células forem muito grandes a resolução será pequena demais e, conseqüentemente, existirão muitos eventos dentro da mesma célula e a rede será muito densa e também pouco útil. Foi adotado $L = 20 \text{ km}$ para os lados das células quadradas $L \times L$ no globo, conforme foi aplicado em estudos prévios [7, 34, 35].

Assim, a localização de cada célula nas direções Norte-Sul e Leste-Oeste foi obtida pela divisão de S_E^{ns} e S_E^{lo} , respectivamente, por L .

Deste modo, cada célula se torna vértice da nossa rede toda vez que o epicentro de um terremoto se encontra localizado dentro dela. E a Terra dividida em células quadradas de $20 \text{ km} \times 20 \text{ km}$, vide a Figura 8 a seguir.

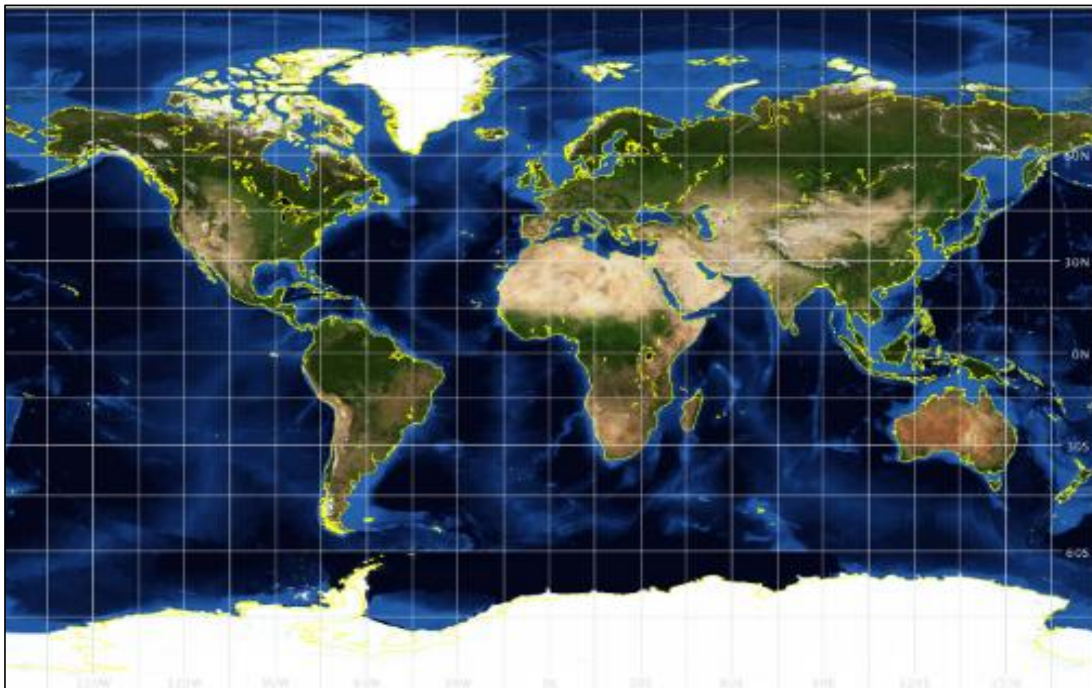


Figura 8 - Representação da Terra dividida em células quadradas. Representação fora de escala. Fonte: Disponível em: <<https://www.giss.nasa.gov/tools/gprojector/help/projections/CylindricalStereographic.png>>. Acesso em 13 de nov. de 2023 às 21h05min.

Após a definição dos vértices da rede, para definir as arestas foram utilizados dois tipos de modelos: o Sucessivo e o de “Janela de Tempo”.

4.2 Como funciona o Modelo Sucessivo?

O modelo sucessivo consiste em conectar um vértice ao seu sucessivo em ordem cronológica, por uma aresta direcionada, isto é, quando dois terremotos sucessivos acontecem em duas determinadas células (vértices), essas células (vértices) são conectadas por uma aresta, conforme ilustra a Figura 9. Esse processo é repetido desde o primeiro até o último terremoto dos dados considerados.

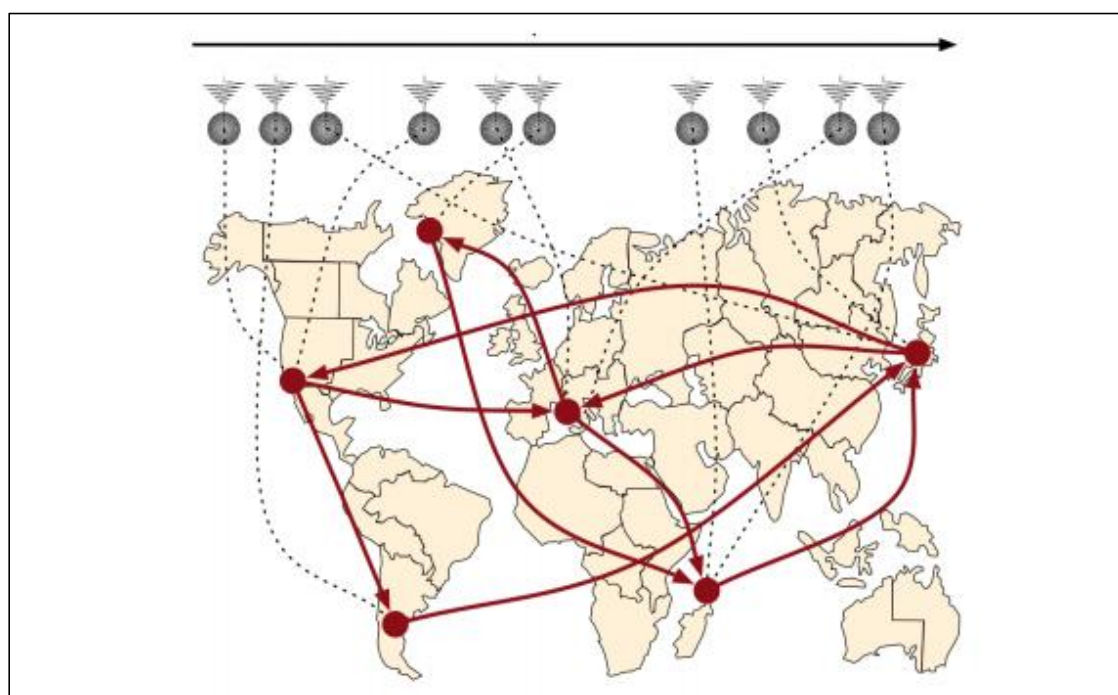


Figura 9 - Exemplo de criação da rede sucessiva de terremotos. No topo da figura vemos uma sequência de eventos sísmicos ordenados no tempo de acordo com a seta horizontal. Cada evento tem um epicentro com localização definida e esta célula do mapa será utilizada como nó da rede. Os nós são vinculados com base na sequência de eventos mostrada na parte superior da imagem. Fonte: Ferreira (2014).

4.3 Como funciona o Modelo de “Janela de Tempo”?

Para o modelo de janela de tempo a abordagem é diferente [34]. O modelo de janela de tempo funciona como um filtro temporal, no qual o

vértice correspondente ao primeiro evento é conectado a todos os vértices que estão presentes nessa janela de tempo, por ligações direcionadas, mas respeitando a ordem de tempo dos terremotos. Essa metodologia consiste na implementação de uma janela de tempo (T) nos dados de terremotos ordenados cronologicamente e partindo do primeiro vértice, o mesmo é conectado, por arestas direcionadas, a todos os outros vértices que estão contidos dentro da janela de tempo (Figura 10). Quando todas as ligações são feitas, a janela de tempo é movida para o próximo evento e o novo primeiro vértice será conectado a todos os vértices dentro da janela. A construção da rede é concluída quando a janela de tempo não pode mais ser movida para frente.

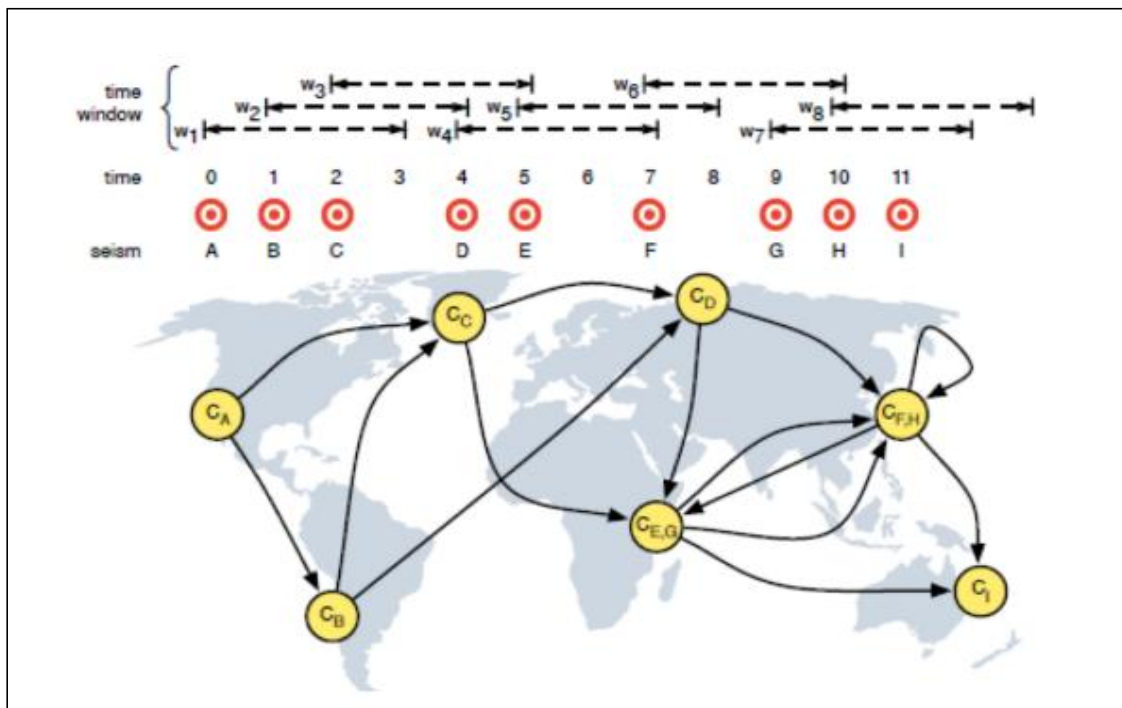


Figura 10 - Exemplo da construção da rede de epicentros. As janelas de tempo são representadas por w_i , onde i é o número da janela e todas as janelas têm o mesmo valor $T = 3$ (o tempo está representado em unidades arbitrárias). Os círculos amarelos são as células em que cada terremoto (A até I) ocorreu e as setas pretas são as arestas. Fonte: Ferreira (2018).

Ressalta-se, portanto, que o modelo de janela de tempo nos permite estudar melhor as relações de longo alcance entre as células, uma vez que leva em consideração mais intensamente as relações entre cada célula por uma janela de tempo.

Para definição do valor da janela de tempo a ser utilizado foi realizado um estudo de comunidades em uma rede de terremotos. Esta rede de terremotos é construída com a mesma base de dados da rede de epicentros e usando o mesmo método de janela de tempo, onde os vértices desta rede são os próprios eventos (círculos em vermelho na Figura 10). Usando diferentes janelas de tempo nos dados construímos as respectivas redes de eventos para cada ocorrência de terremotos e calculamos o número de comunidades por meio do cálculo de maximização da modularidade das redes conforme, exibido na equação (7).

A modularidade, como foi abordado na seção 3.1, é uma medida da estrutura de redes que mede a intensidade da divisão de uma rede em módulos (também denominados de comunidades, grupos ou *clusters*). Redes com alta modularidade têm conexões densas entre os vértices dentro dos módulos, mas conexões esparsas entre os vértices em diferentes módulos. Desta forma, em nossa série temporal de ocorrências de terremotos precisamos encontrar uma janela de tempo não muito grande, que crie muitas ligações entre ocorrências que provavelmente não estão correlacionadas, mas que também não seja muito pequena, pois forneceria uma rede muito fragmentada em que muitas ocorrências que têm correlações entre elas não estariam conectadas. Assim, para encontrar o valor de janela “ideal”, o valor da modularidade nas redes de terremotos é maximizado, para

cada tamanho de janela, então calculamos o número de comunidades e por fim observamos como esse número depende do tamanho da janela. Para calcular as modularidades máximas e o número de comunidades utilizamos o método de Louvain [36].

5 RESULTADOS

Dos anos de 2000 a 2019, foram obtidos 107118 terremotos rasos, isto é, com profundidade de até 70 km. Com magnitudes mínima e máxima de 4,5 e 9,1, respectivamente, na escala Richter.

Enquanto que, para o mesmo período, foram obtidos 28507 terremotos profundos (com profundidade de superior a 70 km). Com magnitudes mínima e máxima de 4,5 e 8,3, respectivamente, na escala Richter. obtido é de 28507.

Com as redes construídas, demos início às análises de suas características e propriedades. Uma propriedade fundamental em redes é a conectividade (ou grau), k_i , de cada vértice i , a qual fornece o número de arestas entre o vértice i e os outros vértices. Caso as ligações entre os pares de elementos da rede tenham pesos diferentes, pode ser calculada a “*strength*” (“força”), s_i , de cada vértice i . Desta forma, pode-se obter a distribuição de probabilidades dos graus, ou de *strengths*, para cada rede.

Para melhor caracterização da rede de epicentros é importante estudar, além da distribuição de conectividades, outros recursos dessa rede. Duas métricas importantes no estudo de redes complexas são o coeficiente de aglomeração (C), que mede o grau com que os vértices de um grafo tendem

a agrupar-se, e o comprimento de caminho médio mais curto (ℓ), o qual calcula a média do caminho mais curto entre todos os pares de vértices, ou seja, a média do número de “passos” para chegar de um vértice da rede a outro.

5.1 Resultados para o Modelo Sucessivo

Tendo em vista que nossas redes são ponderadas (as arestas possuem pesos com valores $s \geq 1$; $s \in \mathbb{N}$), nós analisamos a distribuição de probabilidade acumulada de *strengths* da rede para entender a sua estrutura. Na Figura 11 podemos observar que as distribuições seguem uma função do tipo lei de potência com corte exponencial,

$$P(s \geq) \approx k^{-\alpha} e^{-s/s_0}, \quad (17)$$

onde α e s_0 são constantes. Tal distribuição indica que a rede construída com o modelo sucessivo possui algum fator limitador à permanência de conexões preferenciais. Uma possível explicação é um tipo de “efeito de envelhecimento” (*aging effect*). Este efeito significa que mesmo um vértice altamente conectado pode, eventualmente, deixar de receber novas conexões como normalmente ocorre em redes de colaboração científica onde os cientistas com o tempo param de formar novas colaborações pode ser por aposentadoria ou porque já estão satisfeitos com o número de colaboradores que possuem. A presença de um efeito semelhante ao envelhecimento em nosso trabalho poderia ser esperada pelo fato de que os tempos de relaxação para tectônica são muito maiores do que o intervalo de tempo em estudo. Assim, algumas células podem parar de receber novas conexões durante um período de tempo comparável à nossa própria janela de tempo

por um período de silêncio temporal devido a um acúmulo transitório de estresse.

Outro resultado que obtivemos foi em relação à outras duas métricas importantes no estudo de redes complexas: o coeficiente de aglomeração (C) e o comprimento de caminho médio de passos (ℓ). Os valores encontrados para nossa rede criada com o modelo sucessivo para essas medidas foram $C_{\text{raso}} = 1,49 \times 10^{-2}$, $C_{\text{profundo}} = 7,30 \times 10^{-3}$ e $\ell_{\text{raso}} = 5,02$ e $\ell_{\text{profundo}} = 4,44$. Observamos que as redes possuem altos coeficientes de aglomeração, comparados aos valores encontrados para redes aleatórias similares ($C_{\text{aleatraso}} = 1,80 \times 10^{-4}$, $C_{\text{aleatprofundo}} = 5,22 \times 10^{-4}$), e um baixo comprimento de caminho médio de passos, quando comparado ao número de vértices da nossa rede ($N_{\text{raso}} = 34456$, $N_{\text{profundo}} = 10453$). Tal resultado demonstra a existência de propriedades mundopequeno na rede, o que significa dizer que existem densas áreas de conectividade e longos saltos entre essas áreas.

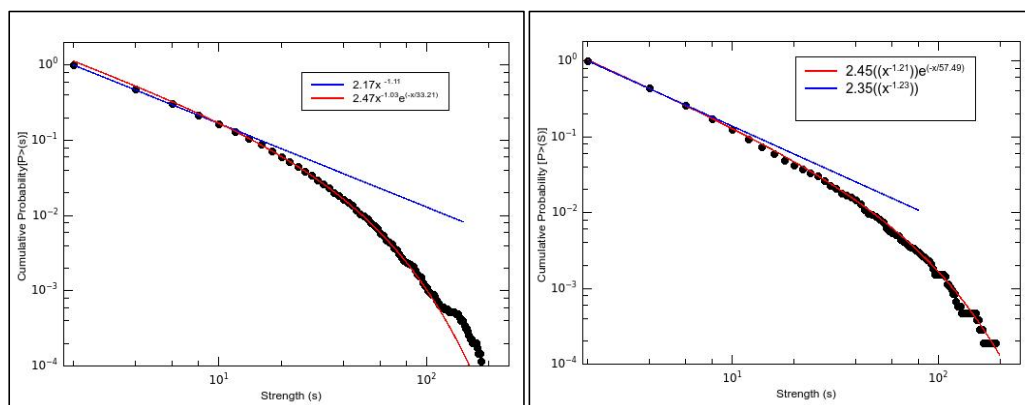


Figura 11 - Distribuição de probabilidade de *strengths* para redes sucessivas (a) Dados de terremotos rasos. (b) Dados de terremotos profundos. Curva em azul representa o ajuste para uma função em lei de potência pura e a curva em vermelho uma lei de potência com corte exponencial. Fonte: Acervo da autora, 2023.

5.2 Resultados para o Modelo “Janela de Tempo”

Para o modelo de janela de tempo, o primeiro passo é encontrar os valores de janelas de tempo para os terremotos rasos e para os profundos. Na Figura 13(a) vemos que em $T = 3800$ s o número de comunidades é máximo, sendo este o melhor tamanho de janela obtida para a rede usando terremotos rasos. Na Figura 13(b) vemos que em $T = 15300$ s o número de comunidades é máximo, sendo este o melhor tamanho de janela obtida para a rede usando terremotos profundos.

Na Figura 14, apresentamos as distribuições de probabilidade acumulada de *strengths* para o modelo de janela de tempo, onde encontramos que o melhor ajuste é dado para uma função *q-exponencial* (vide eq. (4)), dada por:

$$P(s \geq) \approx e_q(-\beta \cdot s) \approx [1 - \beta(1 - q)s]^{1/(1-q)}, \quad (4)$$

onde β é uma constante positiva. Este resultado é interessante, uma vez que a *q-exponencial* é encontrada apenas em sistemas que possuem fortes correlações entre seus elementos. Além disso, para grandes valores de conectividade, podemos aproximar essa função para uma lei de potência, o que evidencia que nossas redes construídas com o modelo de “janela de tempo” são livres de escala.

Em seguida foram realizados os cálculos do coeficiente de aglomeração (C) e o comprimento de caminho médio de passos (ℓ). Os valores encontrados para nossa rede criada com o modelo de janela de tempo para essas medidas foram $C_{\text{raso}} = 3,18 \times 10^{-1}$, $C_{\text{profundo}} = 1,34 \times 10^{-1}$ e $\ell_{\text{raso}} = 5,14$ e $\ell_{\text{profundo}} = 4,78$. Observamos que a rede construída com o modelo de janela de tempo possui um coeficiente de aglomeração ainda maior

quando comparado ao valor encontrado para uma rede aleatória similar ($C_{aleatraso} = 4,05 \times 10^{-4}$, $C_{aleatprofundo} = 6,12 \times 10^{-4}$), e um baixo comprimento de caminho médio de passos, quando comparado ao número de vértices das redes ($N_{raso} = 28455$, $N_{profundo} = 8877$). Estes resultados mostram que as propriedades mundo-pequeno são mais intensas nas redes criadas com o modelo de janela de tempo, uma vez que $C \gg C_{aleat}$.

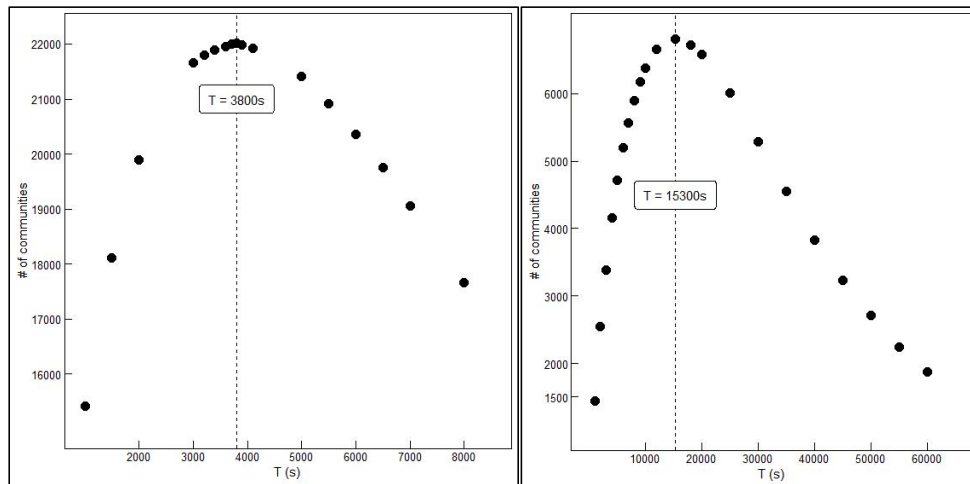


Figura 13 - Variação do número de comunidades na rede de terremotos pelo tamanho da janela de tempo. (a) Na rede de terremotos rasos a melhor janela de tempo ocorre para $T = 3800s$. (b) Na rede de terremotos profundos temos a melhor janela de tempo para $T = 15300s$.

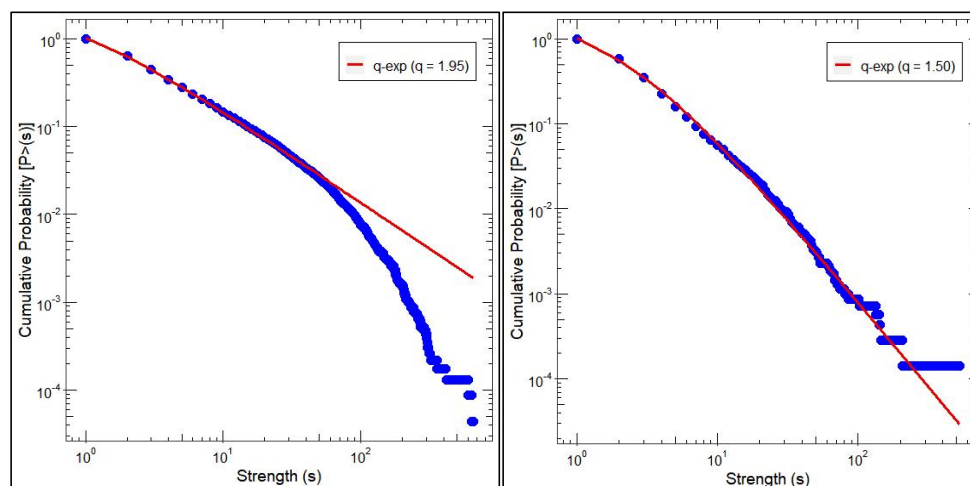


Figura 14- Distribuição de probabilidade de *strengths* para redes de janela de tempo. (a) Dados de terremotos rasos. (b) Dados de terremotos profundos. Curva em vermelho representa o ajuste pela *q-exponencial* definida na eq. (4).

6 CONCLUSÕES

No presente trabalho, foi realizada a construção de redes de epicentros, com dados de 20 anos para o mundo inteiro, utilizando duas modelagens de construções de redes: sucessiva e “janela de tempo”. As modelagens foram feitas utilizando-se teorias de Redes Complexas e os resultados foram analisados sob a ótica da Mecânica Estatística Não-Extensiva (MENE).

Em ambas as modelagens de construções de rede foi possível encontrar propriedades de mundo-pequeno – relações de longo alcance entre os sismos pelo mundo e uma alta probabilidade de sismos vizinhos estarem conectados entre si. Ressalta-se ainda que para encontrar o melhor valor de janela de tempo foi utilizado um mecanismo robusto baseado em maximizações de modularidades a fim de encontrar a melhor distribuição de comunidades de terremotos.

É válido destacar ainda que o método de janela de tempo se mostrou melhor na identificação de relações de longo alcance entre os vértices da rede, já que produz resultados melhores no que se refere à distribuição de *strengths*, uma vez o comportamento de corte exponencial desaparece, dando lugar à *q-exponencial*. Este resultado ainda é corroborado pela melhor concordância com os resultados de coeficiente de aglomeração e de comprimento de caminho médio de passos, que enquadram o sistema em uma rede do tipo mundo-pequeno.

Assim, devido à presença de propriedades do mundo pequeno e às características não-extensivas das redes, os resultados reforçam a ideia de possíveis correlações de longo alcance entre locais separados espacialmente, bem como uma memória temporal de longo alcance entre terremotos que se afastam temporalmente um do outro.

Tais estudos, e seus consequentes resultados, permitiram um ganho de conhecimento a respeito da dinâmica sísmica e ainda contribuíram para o estudo sísmico de forma mais ampla.

Além disto, o desenvolvimento de um trabalho com esta abordagem promove uma maior interação a Geofísica e a Mecânica Estatística, uma vez que o tratamento e o formalismo da Mecânica Estatística se configuram como excelentes métodos para uma melhor compreensão de fenômenos naturais. Esta pode trazer bons frutos e contribuições para a sismologia, uma vez que permite trilhar caminhos mais amplos no horizonte dos estudos sismológicos.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] TSALLIS, C. Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of statistical physics*, 52(1-2), pp.479-487, 1988.
- [2] ABE, S.; SUZUKI, N. Complex-network description of seismicity. *Nonlinear Processes in Geophysics*, v. 13, n. 2, p. 145–150, 2006.
- [3] DIAS, V. H.; PAPA, A. R.; FERREIRA, D. S. Analysis of temporal and spatial distributions between earthquakes in the region of california through non-extensive statistical mechanics and its limits of validity. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 529, p. 121471, 2019.
- [4] ABE, S.; SUZUKI, N. Scale-free statistics of time interval between successive earthquakes. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 350, n. 2, p. 588–596, 2005.
- [5] DAROONEH, A.H.; DADASHINIA, C. Analysis of the spatial and temporal distributions between successive earthquakes: Nonextensive statistical mechanics viewpoint. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 387, p. 3647-3564, 2008.
- [6] REZAEI, S.; MOGHADDASI, H.; DAROONEH, A. H. Preferential attachment in evolutionary earthquake networks. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 495, p. 172–179, 2018.
- [7] FERREIRA, D.S.R.; PAPA, A.R.R.; MENEZES, R. Small world picture of worldwide seismic events. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 408, p. 170-180, 2014.
- [8] MITCHELL, Melanie. *Complexity: A guided tour*. Oxford university press, 2009.
- [9] EULER, Leonhard. *Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis*. *Commentarii academiae scientiarum Petropolitanae*, p. 128-140, 1741.
- [10] Rangel, Socorro. *Teoria do Grafos, Notas de aula*, IBILCE, Unesp, 2002-2013.
- [11] ERDŐS, Paul et al. On the evolution of random graphs. *Publ. math. inst. hung. acad. sci.*, v. 5, n. 1, p. 17-60, 1960.
- [12] BARABÁSI, Albert-László; BONABEAU, Eric. Scale-free networks. *Scientific american*, v. 288, n. 5, p. 60-69, 2003.
- [13] BARABÁSI, Albert-László; ALBERT, Réka. Emergence of scaling in random networks. *science*, v. 286, n. 5439, p. 509-512, 1999.

- [14] ALBERT, Réka; BARABÁSI, Albert-László. Statistical mechanics of complex networks. *Reviews of modern physics*, v. 74, n. 1, p. 47, 2002.
- [15] WATTS, Duncan J. Networks, dynamics, and the small-world phenomenon. *American Journal of sociology*, v. 105, n. 2, p. 493-527, 1999.
- [16] PASTOR-SATORRAS, Romualdo; VÁZQUEZ, Alexei; VESPIGNANI, Alessandro. Dynamical and correlation properties of the internet. *Physical review letters*, v. 87, n. 25, p. 258701, 2001.
- [17] VÁZQUEZ, Alexei; PASTOR-SATORRAS, Romualdo; VESPIGNANI, Alessandro. Large-scale topological and dynamical properties of the Internet. *Physical Review E*, v. 65, n. 6, p. 066130, 2002.
- [18] NEWMAN, Mark EJ. Assortative mixing in networks. **Physical review letters**, v. 89, n. 20, p. 208701, 2002.
- [19] NEWMAN, Mark EJ. Properties of highly clustered networks. **Physical Review E**, v. 68, n. 2, p. 026121, 2003.
- [20] FORTUNATO, Santo. Community detection in graphs. **Physics reports**, v. 486, n. 3-5, p. 75-174, 2010.
- [21] CLAUSET, Aaron; NEWMAN, Mark EJ; MOORE, Cristopher. Finding community structure in very large networks. **Physical review E**, v. 70, n. 6, p. 066111, 2004.
- [22] DANON, Leon et al. Comparing community structure identification. **Journal of statistical mechanics: Theory and experiment**, v. 2005, n. 09, p. P09008, 2005.
- [23] FORTUNATO, Santo; FLAMMINI, Alessandro. Random walks on directed networks: the case of PageRank. **International Journal of Bifurcation and Chaos**, v. 17, n. 07, p. 2343-2353, 2007.
- [24] KALIMERI, M.; et al. Dynamical complexity detection in pre-seismic emissions using nonadditive Tsallis entropy, *Physica A* 387 (5–6) (2008) 1161–1172.
- [25] VALLIANATOS, F. et al. Experimental evidence of a non-extensive statistical physics behaviour of fracture in triaxially deformed etna basalt using acoustic emissions. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 97, n. 5, p. 58002, 2012.
- [26] BARBOSA, C. S. et al. Statistical analysis of geomagnetic field reversals and their consequences. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, Elsevier, v. 392, n. 24, p. 6554–6560, 2013.

- [27] KARAKATSANIS, L.P; PAVLOS, G.P; Xenakis, M.N. Tsallis non-extensive statistics, intermittent turbulence, SOC and chaos in the solar plasma. part two: Solar flares dynamics, *Physica A* 392 (18) (2013) 3920–3944.
- [28] GUTENBERG, Beno; RICHTER, Charles F. Frequency and energy of earthquakes. *Seismicity of the Earth and Associated Phenomena*, p. 17-19, 1954.
- [29] OMORI, F.; COLL, J. On the aftershocks of earthquakes. *Sci. Imp. Univ. Tokyo* 7, 111– 200, 1894.
- [30] ABE, Sumiyoshi; SUZUKI, Norikazu. Scale-free network of earthquakes. ***Europhysics Letters***, v. 65, n. 4, p. 581, 2004.
- [31] O'MALLEY, Robert T. et al. Evidence of systematic triggering at teleseismic distances following large earthquakes. ***Scientific reports***, v. 8, n. 1, p. 11611, 2018.
- [32] GUTENBERG, B.; RICHTER, C.F. Earthquake magnitude, intensity, energy, and acceleration (second paper). *Bull. Seismol. Soc. Am.* 46(2),105–145, 1956.
- [33] UTSU, T. (1961). "A statistical study of the occurrence of aftershocks". *Geophysical Magazine*. 30: 521–605..
- [34] FERREIRA, D. et al. Towards evidence of long-range correlations in shallow seismic activities. *EPL (Europhysics Letters)*, IOP Publishing, v. 121, n. 5, p. 58003, 2018.9.
- [35] FERREIRA, D.S.R. et al. Long-range correlation studies in deep earthquakes global series. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, v. 560, p. 125146, 2020.
- [36] NEWMAN, Mark EJ. The structure and function of networks. ***Computer Physics Communications***, v. 147, n. 1-2, p. 40-45, 2002.

8 APÊNDICE

Redes Ponderadas

Muitas redes possuem todas as arestas com o mesmo peso. Logo, os elementos da sua respectiva matriz de adjacência têm o peso da ligação, como:

$$A_{ij} = 1$$

Contudo, em muitas aplicações é preciso estudar redes ponderadas, onde cada aresta que liga um nó i a um nó j possui um peso w_{ij} . Em redes de telefonia móvel, por exemplo, este peso pode ser representado pelo número total de minutos que dois indivíduos conversam um com o outro ao telefone.

Para as redes ponderadas, os elementos da matriz de adjacência têm o peso da ligação, como:

$$A_{ij} = w_{ij}$$

Mundo-pequeno (“*Small-world*”)

O fenômeno do mundo-pequeno, também conhecido como seis graus de separação consiste no seguinte: se escolhermos dois indivíduos quaisquer em qualquer ponto da Terra, encontraremos um caminho de, no máximo, seis conhecidos entre eles.

Este é um conceito tão forte que até mesmo pessoas em lados opostos da Terra podem estar a seis graus de separação. O que é coerente com o grande uso de mídias sociais atualmente também.

Tal fenômeno implica que a distância entre dois nós escolhidos aleatoriamente numa rede é curta.

Para ser mais preciso, o número esperado de nós até à distância d do nosso nó inicial é dada por:

$$N(d) \approx 1 + \langle k \rangle + \langle k \rangle^2 + \dots + \langle k \rangle^d = \frac{\langle k \rangle^{d+1} - 1}{\langle k \rangle - 1} \quad (1)$$

$N(d)$ não deve exceder o número total de nós, N , na rede. Por conseguinte, as distâncias não podem assumir valores arbitrários. Podemos identificar a distância máxima, $d_{\text{máx}}$, ou o diâmetro da rede, definindo:

$$N(d) \approx N \quad (2)$$

Assumindo que $\langle k \rangle \gg 1$, podemos negligenciar o termo (-1) no numerador e no denominador de (1), obtendo

$$\langle k \rangle^{d_{\text{máx}}} \approx N \quad (3)$$

Portanto, o diâmetro da rede segue a seguinte relação:

$$d_{\text{máx}} \approx \frac{\ln N}{\ln \langle k \rangle} \quad (4)$$

Logo, o comprimento de caminho médio, ℓ , que mede o quão "próximo" um vértice está dos outros vértices da rede, e tem a mesma ordem de grandeza que o logaritmo do número de vértices, ou seja,

$$\ell \approx \ln N \quad (5)$$