



UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
CURSO DE GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA.

KARINA DA SILVA CORDEIRO

UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
PROBABILIDADE ATRAVÉS DE JOGOS

SEROPÉDICA

2017



KARINA DA SILVA CORDEIRO

**UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE
PROBABILIDADE ATRAVÉS DE JOGOS**

Monografia Apresentada à Banca Examinadora da UFRRJ, como requisito parcial para obtenção do título de Graduado em Matemática na modalidade de Licenciatura sob a orientação do professor Eulina Coutinho Silva do Nascimento.

SEROPÉDICA

2017

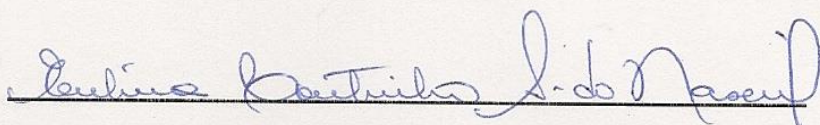
UNIVERSIDADE FEDERAL RURAL DO RIO DE JANEIRO
INSTITUTO DE CIÊNCIAS EXATAS
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

COORDENAÇÃO DO CURSO DE GRADUAÇÃO EM
MATEMÁTICA.

A monografia “UMA PROPOSTA DIDÁTICA PARA O ENSINO DE PROBABILIDADE ATRAVÉS DE JOGOS”, apresentada e defendida por KARINA DA SILVA CORDEIRO matrícula 201219034-9 foi aprovada pela Banca Examinadora, com conceito “S” recebendo o número 681.

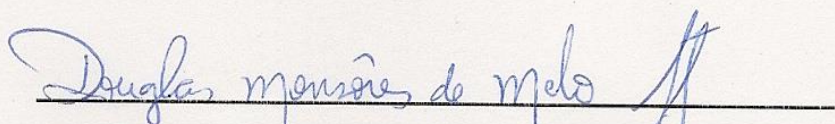
Seropédica, 17 de julho de 2017.

BANCA EXAMINADORA



Prof^a. Dr^a. Eulina Coutinho S. do Nascimento

Orientadora



Prof. Dr. Douglas Monsôres de Melo Santos



Prof^a. MSC. Gisela Maria da Fonseca Pinto

*A vida é feita de caminhos...
...caminhos que levam
caminhos que trazem
sonhos, alegrias, tristezas,
amores, esperanças...*

*De qualquer forma, nada vem ou vai sem caminho.
O caminho é parte integrante de nossas vidas.
já buscávamos percorrer caminhos.
Nossos primeiros passos foram treinados...
e aperfeiçoados
para conquistar caminhos.
...outros se perdem pelo caminho.
Uns tiveram tudo para caminhar...
Outros, muita dificuldade para chegar.
E chegaremos ao ponto final.
Certamente fomos feitos
para abrir caminhos,
romper barreiras,
ultrapassar limites e vencer.
Deus, na sua infinita misericórdia,
não nos abandonaria num deserto de incertezas.
Não nos deixaria à beira do caminho,
condenando-nos a um fim sem propósitos.
Ele nos preparou um caminho
que nos levará de volta para casa...*

*“Eu sou o caminho, a verdade e vida,
ninguém vem ao Pai, senão por mim.”
(Jesus - João 14, 6)*

PRISCILA GLAUCE DE OLIVEIRA

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por me proporcionar essa experiência maravilhosa que foi ter cursado licenciatura em matemática na UFRRJ. Foi algo que jamais imaginei realizar, apesar disso, Deus com toda sua bondade e infinita misericórdia decidiu em me presentear com este curso. Nas horas mais difíceis, mais solitárias Ele esteve ao meu lado, me ajudando, consolando e incentivando a persistir. Devo a Ele a minha maior gratidão. Agradeço aos meus pais que apesar de não terem tido a mesma oportunidade que eu, lutaram para que o meu sonho se tornasse realidade. Sempre me apoiaram a seguir em frente e a nunca desistir. Ensinarão-me a fazer boas escolhas, e se pude chegar aqui hoje foi por ter escolhido ouvi-los. Agradeço ao meu esposo que sempre foi meu companheiro, conselheiro e amigo. Ajudou-me a superar medos e incertezas, acreditando no meu potencial. Tê-lo ao meu lado foi muito importante. Agradeço aos meus amigos que conquistei durante a graduação e por toda ajuda em todos os aspectos da vida. Agradeço a todos os meus professores que de alguma forma me ensinaram a ser uma pessoa melhor e me tornaram quem sou hoje. Agradeço à minha orientadora que com bons olhos sempre me mostrou ser possível. Obrigada pelos ensinamentos e puxões de orelha. Finalmente agradeço à banca examinadora ter aceitado o meu convite a participarem deste momento tão importante na minha vida. Muito obrigada.

RESUMO

A sociedade contemporânea requer cada vez mais pessoas preparadas no âmbito da matemática visto que nos deparamos com números, tabelas, gráficos, a todo o momento. Tendo em mente a grande importância deste conteúdo para a vida social do aluno este trabalho vem trazendo uma proposta didática pedagógica para o ensino da probabilidade utilizando jogos, que por sua vez permitem ao aluno refletir, analisar e criar estratégias para a resolução de um problema, ou até mesmo a melhor forma de obter um resultado positivo em sua jogada. A ideia é que o professor ao ler este trabalho se sinta interessado a testar uma nova metodologia de ensino, pois o aluno se torna construtor do conhecimento, atribuindo ao professor o papel de mediador, que irá esclarecer incentivar, orientar, mas não impor verdades matemáticas que muitas vezes ficam ofuscadas na realidade dos alunos.

Palavras-Chave: Probabilidade; Jogos matemáticos; ensino-aprendizagem; proposta didática.

Sumário

| | |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO | 10 |
| 2. BREVE HISTÓRICO SOBRE PROBABILIDADE E SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE | 12 |
| 2.1 O que é a probabilidade e como surgiu? | 12 |
| 2.2 O ensino da probabilidade..... | 15 |
| 3. JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA | 19 |
| 3.1. Os jogos matemáticos atrelados à resolução de problemas | 22 |
| 4. O ENSINO DA PROBABILIDADE ATRAVÉS DE JOGOS | 25 |
| 4.1 Proposta pedagógica para o ensino de probabilidade através do bingo | 25 |
| 4.1.1 Tema | 26 |
| 4.1.2 Regras do jogo | 26 |
| 4.1.3 Objetivo | 26 |
| 4.1.3.1 Objetivos específicos | 26 |
| 4.1.4 Metodologia | 27 |
| 4.1.5 avaliação | 33 |
| 5. CONSIDERAÇÕES FINAIS | 34 |
| 6. REFERÊNCIAS | 36 |

1. INTRODUÇÃO

A educação matemática tem a intenção de tornar a matemática mais compreensível a fim de que os indivíduos possam apropriar-se da mesma o quanto antes e estarem aptos para atuar na sociedade. As grandes mudanças sociais, econômicas e políticas que vivenciamos, sempre estão nos pressionando a tomar decisões e a matemática subsidia de muitas delas.

A proposta oferecida pelos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) é a de que: “[...] a noção de probabilidade continue a ser explorada de maneira informal, por meio de investigações que levem os alunos a fazer algumas previsões a respeito do sucesso de um evento”. Brasil (1998, p.137) Cabe ao professor oferecer meios para que os alunos estejam engajados neste contexto.

Porém ao participarmos do projeto de iniciação à docência em nossa universidade, onde acompanhamos durante um determinado período uma turma de segundo ano do ensino médio, nos deparamos com um cenário completamente diferente do esperado. Pudemos perceber que os alunos possuem muita dificuldade neste assunto, principalmente por acreditarem ser um tema muito distante de suas realidades.

Este fato nos levou a analisar que durante a nossa graduação, apenas uma disciplina está relacionada a este assunto e ainda assim estudamos apenas teoria probabilística e não o “ensinar a probabilidade”. A não ser por programas externos, os graduandos têm que ingressar na carreira profissional, tendo tido pouquíssimo contato com esse conteúdo. Então nos questionamos sobre como é o ensino da probabilidade na educação básica.

A partir deste fato nos perguntamos se é possível elaborar sequências didáticas no ensino de probabilidade usando jogos. É exatamente essa a linha que seguiremos, fazendo uma breve abordagem de trabalhos já realizados sobre temas paralelos para responder a nossa problemática. Nosso objetivo com esta pesquisa é

Dentre os objetivos específicos podemos destacar: realizar uma pesquisa sobre o ensino de probabilidade; pesquisar literatura sobre probabilidade; Pesquisar literatura sobre jogos matemáticos; Pesquisar

literatura sobre jogos em probabilidade; apresentar uma proposta que possibilite um caminho para uma aula atrativa e diversificada.

Os métodos de abordagem realizados neste trabalho foram uma pesquisa bibliográfica, que tiveram como objetivo gerar conhecimentos que enriqueçam de alguma forma os processos de ensino e de aprendizagem de probabilidade, através de uma proposta didática utilizando jogos.

A intenção deste trabalho é que docentes na área possam ter um incentivo não só para ensinar probabilidade, mas também utilizar jogos em seu planejamento. O lúdico deixa o ambiente mais prazeroso e conseqüentemente esperamos obter resultados positivos no aproveitamento da turma, visto que assim podemos ter uma turma motivada.

Este trabalho será dividido em três capítulos. No primeiro capítulo faremos um breve histórico sobre a probabilidade, que se divide em dois subtópicos, o primeiro falando sobre o que é a probabilidade e como surgiu, e o segundo fazendo um breve comentário sobre o ensino da probabilidade atualmente, o que sem dúvidas nos trará um esclarecimento maior do 'porque' utilizar jogos em sala de aula.

No segundo capítulo estaremos falando sobre o método de se ensinar matemática através de jogos e seus benefícios. Traremos abordagens de autores reconhecidos que dizem ser uma das melhores formas de se ensinar a matemática, visto que o aluno se torna construtor do seu conhecimento.

No terceiro e último capítulo estaremos falando sobre os jogos no ensino da probabilidade e apresentando a proposta pedagógica para uma nova metodologia em sala de aula, com alguns possíveis jogos para utilizar ao se ensinar este tema. Lembrando sempre que nenhuma sequencia didática é imutável, pois o professor precisa se adequar ao perfil da turma, quanto à quantidade de alunos, infraestrutura e nível de conhecimento sobre o tema.

2. BREVE HISTÓRICO SOBRE PROBABILIDADE E SOBRE O ENSINO DE PROBABILIDADE

O desenvolvimento de pesquisas que tratam o tema probabilidade tem alcançado estudiosos de diversas partes do mundo, com a intenção de tornarem indivíduos o quanto antes, aptos para atuarem na sociedade. Isso se dá, segundo Lopes (2008, p.60) pelo fato de que “ao considerarmos o mundo em rápida mudança como o que estamos vivendo, é imprescindível o conhecimento da probabilidade de ocorrência de acontecimentos para agilizarmos a tomada de decisão e fazermos previsões”.

A probabilidade é a área da matemática que nos proporciona um modo de medir a incerteza, ainda que pareça distante da realidade matemática onde encontramos números e fórmulas. Essa é apenas uma definição informal para que o leitor compreenda a verdadeira finalidade dessa disciplina. Segundo Viali (2008, p.143), podemos ainda definir a probabilidade como “o ramo da matemática que pretende modelar, fenômenos não determinísticos”.

É indiscutível a importância da probabilidade para a humanidade. Assim como cálculo, aritmética e geometria são bases matemáticas para a formação de um aluno na escola básica, a probabilidade se mostra tão necessária quanto essas outras áreas. A prova disso é que atualmente ela já tem se expandido e é indispensável em diferentes áreas do cotidiano. Por esse fato devemos explorá-la da melhor maneira possível, analisando os aspectos histórico e teórico e nos dedicarmos ao ensino e à aprendizagem de tal disciplina.

2.1 O que é a probabilidade e como surgiu?

A palavra probabilidade deriva do latim *probare* que significa provar ou testar. Em outras palavras podemos dizer que a probabilidade é a chance de um evento ocorrer tendo dois ou mais eventos possíveis. Um exemplo clássico que expressa essa definição é o lançamento de uma moeda. Neste lançamento temos dois possíveis resultados, cara ou coroa. Então podemos encontrar a probabilidade de neste lançamento obtermos “cara”, por exemplo.

Ainda que tenhamos muitos registros sobre a história da matemática, a história da probabilidade foi pouco relatada. Segundo Viali (2008, p.143) “As

obras na área são escassas e as poucas que existem em sua grande maioria misturam-na com a estatística”. Por esse motivo, sempre ouvimos falar de um período em que começaram as investigações sobre o tema, mas não temos exatidão.

Segundo Arcego e Berlanda (2016, p. 6) Normalmente os livros didáticos ao falarem de probabilidade trazem um breve comentário sobre sua parte histórica, mas não a exploram muito. Carmo em sua pesquisa ressalta que de uma forma geral é importante o contexto histórico, pois ele tem o benefício de prender a atenção do aluno incentivando ele a aprender o tema. Em suas palavras ele diz: “Em síntese, propõe-se um capítulo de probabilidade que inicie com um texto que contenha alguma aplicação, curiosidade, ou até fatos históricos que incentivem o aluno a aprender esta teoria.” (CARMO, 2005, p.11).

Viali (2008, p. 144) afirma que os primeiros relatos sobre a probabilidade se deram a partir de jogos de azar. Eram pessoas que frequentemente participavam de jogos e resolveram anotar suas jogadas a fim de prever os futuros resultados para as próximas partidas. Esse jogo era rotineiro da época e utilizava-se dados para as suas jogadas. Viali relata com mais exatidão como era o jogo e sua principal peça:

As primeiras manifestações probabilísticas se deram através dos jogos de dados, mais precisamente o Tali (jogo do osso) que era praticado com astrálagos (Hacking, 1999). O astrálagos é o ancestral do dado moderno (hexaedro regular). Ele era formado por um osso de animal (possivelmente carneiro) e semelhante a um tetraedro irregular, isto é, as quatro faces não eram idênticas e nem tampouco mostravam a mesma frequência de ocorrência. (VIALI, 2008, p.144)

Além dos jogos de azar, outra situação vivenciada pelo comércio da época que começou a usar a probabilidade foi o seguro de cargas, pois navios estavam vulneráveis a naufrágios e roubos em suas viagens. Esse seguro foi iniciado pelos mesopotâmios e fenícios, estendendo-se aos gregos e romanos até alcançar o comércio dos italianos. Não se sabe a fundo como eram os métodos probabilísticos utilizados para o seguro das cargas, porém, segundo Viali (2008, p.145) “Baseavam-se em estimativas empíricas das probabilidades de acidentes para estipularem as taxas e prêmios correspondentes”.

Após esse episódio muitos estudiosos se empenharam em estudar a probabilidade e modelar a teoria probabilística, dentre eles podemos destacar alguns mais conhecidos como: Daniel Bernoulli (1700-1782), Luca Pacioli (1445-1517), Girolamo Cardano (1501-1576), Blaise Pascal (1623-1662) e Pierre de Fermat (1601-1665). Mesmo tendo esse histórico de jogos e seguros, a probabilidade só foi aceita como um evento ao acaso a cerca de 500 anos.

Dizemos probabilidade aceita ao acaso, pelo fato de que os povos daquela época acreditavam que o sentido de todas as coisas era obra de eventos sobrenaturais e/ou vontade dos deuses, enquanto o acaso é o conjunto de forças não controladas. Coutinho em sua obra no diz:

Os povos que viviam na Mesopotâmia ou no Egito Antigo associavam a ideia do acaso às *intervenções divinas ou sobrenaturais*. Referimo-nos aqui às práticas de consulta de presságios ou às predições das pitonisas a fim de prever o futuro e interpretar a vontade dos deuses. (COUTINHO, 2007, p.51).

Mesmo com tantos estudos sobre o tema podemos dizer que o fundador da teoria das probabilidades foi Girolamo Cardano (1501 – 1576) que era matemático e médico. Ele gostava de participar dos jogos de azar e com base nos seus estudos de probabilidade ele passou a ganhar muitas apostas em seus jogos e com o dinheiro que recebia, revertia-o para o ensino, segundo Coutinho (2007). Escreveu um livro que relatava a teoria das probabilidades e estratégias para se ganhar uma aposta já que era viciado em jogo. “Sua obra *Líber De Ludo Aleae*, foi escrita no séc. XVI e publicada somente em 1665, bem após sua morte. Esta obra buscava permitir a tomada de boas decisões nos problemas de jogos de azar encontrados naquela época” (COUTINHO, 2007, p.52).

Segundo Viali (2008, p.146) durante esse período houve um episódio que ficou conhecido como problema dos pontos, foi uma questão proposta ao francês Blaise Pascal (1623 - 1662) por Antoine Gombauld (1610 – 1685) que se autodenominava cavaleiro de Méré. Procurando um meio de resolver este problema Pascal troca correspondências com Pierre de Fermat (1601 - 1665). Curiosamente cada um deles chega a uma resposta distinta do problema, ambas corretas.

As pesquisas continuaram, e a probabilidade só tem ganhado mais espaço no meio da matemática. Habitualmente usamos uma definição criada

inicialmente por J. Bernoulli (1501 – 1576), porém publicada e traduzida quase um século após por Pierre-Simon Laplace (LAPLACE, apud COUTINHO, 2007, p.61): “A probabilidade de um evento é igual à razão entre o número de casos favoráveis e o número de casos possíveis”.

“A definição de probabilidade de Laplace é válida somente quando o Espaço Amostral possui um número finito de elementos e os Eventos Elementares são equiprováveis, ou seja, possuem a mesma probabilidade de ocorrência” segundo Lopes e Carvalho (2010, p.660). A definição de Laplace é válida somente para um determinado conjunto de características. Para nosso melhor entendimento iremos definir espaço amostral sendo o conjunto de todos os possíveis resultados e eventos elementares, quando um subconjunto do espaço amostral contiver apenas um elemento. Lopes (2011, p.1) nos relata quando a definição de Laplace se aplica: “A definição de probabilidade de Laplace é válida somente quando o Espaço Amostral possui um número finito de elementos e os Eventos Elementares são equiprováveis, ou seja, possuem a mesma probabilidade de ocorrência”.

2.2 O ensino da probabilidade

Já sabemos que atualmente a probabilidade tem ganhado espaço e diferentes aplicações em diversas áreas do cotidiano. Ainda que tenha se expandido tanto e visivelmente tenham sido implantadas novas metodologias no ensino da matemática, muitos professores apenas se preendem a ensinar probabilidade através dos jogos de dados e cartas, remetendo à sua história, o que não é considerado ruim, mas investir em novas metodologias é uma excelente aposta.

Segundo os PCEM: “A Estatística e a Probabilidade devem ser vistas, então, como um conjunto de ideias e procedimentos que permitem aplicar a Matemática em questões do mundo real, mais especialmente aquelas provenientes de outras áreas.” (BRASIL, 2000, p.126). Esse fato nos leva a compreender que precisamos através da escola aproximar o aluno da realidade social.

Sabendo a grande importância deste tema, é preciso se comprometer com um ensino aprendizagem de sucesso. Segundo Lopes (2008, p.60): “tais

assuntos são tão importantes no currículo de matemática da educação básica quanto o estudo da geometria, da álgebra ou da aritmética que, trabalhadas significativamente, também contribuem para essa formação”.

É evidente que ao falar da matemática esperamos que os cálculos tenham grande espaço. Porém, podemos considerar a probabilidade como a área da matemática onde o pensar se torna mais necessário do que o próprio calcular. Visto que a probabilidade nos exige estratégias para a resolução de seus problemas. Bernardes afirma que:

Se o ensino de Matemática se deve ocupar mais de uma forma de pensar do que de uma forma de escrever fórmulas ou numerais, se o ensino da Matemática se deve ocupar mais da tomada consciente de decisões do que do estrito cálculo, então a teoria das probabilidades é fundamental. (BERNARDES, 1987, p. 13).

O professor deve sempre atentar para a forma que está ensinando a probabilidade, pois um bom ensino é o que garante um aprendizado de qualidade. Precisamos sempre analisar o perfil da turma para nos aproximarmos o máximo possível do que os alunos vivenciam, para que entendam como a probabilidade pode estimar as incertezas do seu cotidiano. Os Parâmetros Curriculares Nacionais do ensino médio (PCEM) afirmam que:

Técnicas e raciocínios estatísticos e probabilísticos são, sem dúvida, instrumentos tanto das Ciências da Natureza quanto das Ciências Humanas. Isto mostra como será importante uma cuidadosa abordagem dos conteúdos de contagem, estatística e probabilidade no Ensino Médio, ampliando a interface entre o aprendizado da Matemática e das demais ciências e áreas. (BRASIL, 2000, p.44).

Em geral, os livros utilizados em sala de aula, trazem muitos exercícios uteis para a introdução e desenvolvimento deste conteúdo, e a grande maioria dos professores utiliza este recurso para a elaboração de suas aulas, porém na formulação de alguns livros adotados por determinadas escolas encontra-se uma falta de relação com o cotidiano do aluno. Carmo (2005, p.11) analisa em sua pesquisa: “[...] notamos que falta uma ligação mais direta com a realidade do aluno”. Ao escolher utilizar processos distantes da realidade da turma o professor deve encontrar outro ponto marcante no seu ensino para que a turma seja alcançada.

É evidente que existem uma série de motivos que levem o estudo de probabilidade ao fracasso. Desde professores despreparados, desmotivados,

em condições precárias de trabalho até falta de incentivo de coordenadores entre outros. Por exemplo, quando alunos estudam matéria fora do seu contexto social pode ser um motivo para que ele não se interesse pelo tema. “É frequente o tema Probabilidade não ser estudado no Ensino Fundamental e Médio e, quando é abordado, reduzir-se à resolução mecânica de exercícios padrões na qual é suficiente aplicar uma fórmula” (CARVALHO; OLIVEIRA, 2002, p.1).

Segundo o caderno do professor, feito pela Secretaria de Educação de São Paulo: “os conteúdos pertinentes à Análise Combinatória e ao Cálculo de Probabilidades, [...] costumam trazer desconforto não apenas aos estudantes, mas também aos professores” (SÃO PAULO (Estado), 2008, p. 9). Ao pensar em qual motivo traria desconforto aos professores a lecionarem o tema probabilidade, acreditamos que possivelmente isso se dá pela falta de preparo da parte dos docentes. Infelizmente muitos deles tiveram pouco contato com o tema proposto e acabam por omitir o ensino de probabilidade.

Lopes, (2011) fez uma pesquisa com discentes do 4º semestre de uma turma de licenciatura em matemática, propondo uma atividade sobre probabilidade. A turma era composta por oito alunos e apenas um deles se lembra de ter estudado este tema. Vale lembrar que na grade deste curso probabilidade está no 6º semestre. Já estavam às portas de lecionarem e muitos deles ainda não sabiam que conteúdo era este.

Isso nos leva a termos o seguinte pensamento: Se esta única disciplina que tiveram no decorrer da graduação não se comprometeu em ensinar todos os conceitos básicos e avançados da probabilidade, como terá sido o aprendizado das turmas desses alunos, agora já professores? São questões que nos rodeiam e nos fazem refletir sobre o que podemos fazer para melhorar o ensino da probabilidade.

A BNCC relata a importância de se trabalhar conceitos de probabilidade mesmo nos anos iniciais do ensino fundamental:

No que concerne ao estudo de noções de probabilidade, a finalidade, no Ensino Fundamental – Anos Iniciais, é promover a compreensão de que nem todos os fenômenos são determinísticos. Para isso, o início da proposta de trabalho com probabilidade está centrado no desenvolvimento da noção de aleatoriedade, de modo que os alunos compreendam que há eventos certos, eventos impossíveis e eventos prováveis. (BRASIL, 3º v, p.230).

Ainda sobre o mesmo tema Lopes (2008) defende o ensino da probabilidade na educação básica a partir do ensino fundamental, visto a grande importância para cidadania do aluno. Trazemos um fragmento escrito por Lopes:

Não é possível esperarmos que nosso aluno chegue ao ensino médio para iniciarmos conteúdos essenciais para o desenvolvimento de sua visão de mundo. É preciso que a escola proporcione a ele instrumentos de conhecimento que lhe possibilitem uma reflexão sobre as constantes mudanças sociais e o prepare para o exercício pleno da cidadania. (LOPES, 2008, p.61).

Ao trazermos esses conhecimentos para os alunos desde os anos iniciais da educação básica segundo esse mesmo autor estamos dando a eles o direito de entenderem os problemas ocorrentes em sua realidade social, sem dúvidas os tornando cidadãos mais críticos e aptos a tomarem decisões na sociedade.

3. JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Tendo em mente a importância e relevância para a formação do cidadão, é preciso gastar tempo e esforços em estratégias para que o aluno saiba “coletar, organizar, interpretar e comparar dados para obter e fundamentar conclusões” (LOPES, 2008, p.61). Ainda segundo Lopes (2008), é importante que se possibilite aos alunos o confronto com problemas variados do mundo real e que tenham possibilidades de escolherem suas próprias estratégias para solucioná-los.

Para atender todos esses quesitos o professor precisa ter estratégias para que suas aulas alcance a turma e a motive a aprender o conteúdo. Não necessariamente devem-se utilizar jogos para alcançar esses objetivos. Existem professores que ao ministrar uma aula apenas com giz e quadro encanta a turma de tal modo que se torna venerado. Mas é mais difícil obter respostas negativas na utilização de jogos por esse motivo que sugerimos tornar a aula agradável e incentivadora com a proposta de que o professor utilize jogos didáticos. Ribeiro afirma:

Nessa perspectiva, a inserção dos jogos no contexto escolar aparece como uma possibilidade altamente significativa no processo de ensino – aprendizagem, por meio da qual, ao mesmo tempo em que se aplica a ideia de aprender brincando, gerando interesse e prazer, contribui-se para o desenvolvimento social dos alunos. (RIBEIRO, 2009, p. 23)

Ao utilizar os jogos em sala de aula acreditamos poder trazer um retorno muito além da motivação e interesse pelas aulas de matemática. Conseguiremos também trabalhar para o desenvolvimento social do aluno, visto que na grande maioria dos jogos a turma é dividida em grupos, possibilitando novas vivências.

Mas a primeira pergunta que devemos nos fazer é: O que é o jogo? Dentre tantas respostas encontradas descritas por autores reconhecidos, decidimos definir o jogo através de uma simples citação que ao nosso ver caracteriza de forma precisa. “A palavra jogo, do latim *joco*, significa, etimologicamente, gracejo e zombaria, sendo empregada no lugar de *ludus*, que representa brinquedo, jogo, divertimento e passatempo”. (GRANDO, 1995, apud MARCO, 2002, p.34). Ainda segundo Riccetti (2001, p.19) os jogos “variam conforme a

época, a cultura e o contexto.” Então embasado nestas definições podemos destacar que o professor por sua vez precisa definir claramente os objetivos, ou regras dos jogos utilizados dentro do contexto onde esta turma está inserida.

É evidente que no lugar de professores precisamos sempre estar muito atentos a algumas questões que antecedem a aplicação dos jogos, como: estar familiarizado com o jogo, definir bem qual é a sua finalidade, se é apenas para fixar conteúdo ou para ensinar o mesmo, analisar pontos que são cruciais para um bom aprendizado. Sabemos que em uma aula tradicional o professor assume o papel de comunicador ao utilizar jogos ele muda de postura adotando o papel de mediador entre o aluno e o conhecimento.

Muitos autores em seus trabalhos ressaltam a importância do professor está seguro na atividade/conteúdo que irá ministrar. “[...] a atividade de jogar, se bem orientada, tem papel importante no desenvolvimento das habilidades de raciocínio como organização, atenção e concentração, tão necessárias para o aprendizado, e especial da Matemática” (BORIN, 1995, p. 8, apud RIBEIRO, GOULART). Almeida relata em sua obra exatamente o processo que o docente precisa analisar, antes mesmo de sugerir essa proposta didática:

É muito importante que o professor não se atire a uma prática com insegurança ou desconhecimento. É necessário que invista na própria formação, lendo, conversando, pesquisando, buscando alternativas variadas, recriando. Quanto mais conhecimentos tiver sobre o assunto, mais segurança terá na aplicação e execução do trabalho. (ALMEIDA, 2009, p.43).

Os jogos têm toda essa positividade, pois cria no aluno um sentimento de desafio. Desde que nascemos somos desafiados em todos os aspectos, a viver, a falar, a andar, a estudar, a prosseguir, e quando nos deparamos com esse desafio, desencadeia em nós o desejo de alcançar as expectativas a fim de que o mundo não se decepcione conosco. Da mesma maneira isto ocorre na sala de aula, podemos dizer que ao se sentirem desafiados, os alunos procuram por meios de atenderem as expectativas, principalmente ao se falar de jogos. Se envolvem na atividade trazendo o conhecimento esperado. Os PCN destacam que:

Um aspecto relevante nos jogos é o desafio genuíno que eles provocam no aluno, que gera interesse e prazer. Por isso, é

importante que os jogos façam parte da cultura escolar, cabendo ao professor analisar a potencialidade educativa dos diferentes jogos. (BRASIL, 1997b, p. 49).

É bem verdade que ao se depararem com uma competição os alunos sentem-se desafiados, ainda mais ao falarmos de uma disputa entre alunos da mesma idade. Riccetti (2001, p.23) acredita que isso pode ser uma má opção para trazer a sala de aula, visto que a palavra competição traz um ar negativo e nos remete a rivalidade e sentimentos de fracasso e rejeição.

Mas é preciso aprender a lidar com esse tipo de situação, pois retirar os jogos por causa de um ou outro pontos negativos se desperdiçará muitos ganhos. Assim como da Silva (2004) em seu trabalho relata, através dos jogos de grupo os alunos têm uma “[...] conquista cognitiva, emocional, moral e social” (da Silva, 2004, p.3) e por essas conquistas devemos persistir na inserção dos jogos matemáticos em sala de aula.

Existem meios de o professor contornar a situação e tornar a utilização dos jogos um benefício para as aulas de matemática. Nem sempre a questão de ter um perdedor e um vencedor é ruim para a sala de aula, afinal é a escola que prepara o aluno para a vida e na vida nos deparamos com diversas situações onde fracassamos, porém não devemos nos intitular fracassados.

A melhor maneira de lidar com a competição nos jogos em grupo é desenvolver desde o início uma atitude saudável e natural em relação à vitória ou à derrota, ao invés de evitar os jogos competitivos até que as crianças se tornem “prontas” para eles, de alguma maneira misteriosa. (DA SILVA, 2004, p.4).

É claro que em determinado momento da vida os alunos já estarão prontos a participar de jogos em sala de aula sem que problemas externos interfiram no aprendizado da turma de uma forma em geral. Mas enquanto isso não acontece, vale a pena investirmos nos jogos nas aulas de matemática visto que isso nos trará muitos benefícios. Ainda mais ao se falar da matemática onde na grande maioria dos casos os alunos têm certo receio por ser considerada difícil de aprender.

Atualmente muitos docentes já têm apostado nessa nova ferramenta didática e têm obtido êxito. Inclusive a utilização de jogos para o ensino de novos conteúdos e não apenas para fixação, como é visto na grande maioria dos casos.

3.1. Os jogos matemáticos atrelados à resolução de problemas

Os jogos no ensino da matemática como pudemos perceber são muito significativos para um bom ensino e aprendizado. Ao unirmos resolução de problemas e jogos conseguimos resultados muito mais rápido, devido construção do conhecimento pelo próprio aluno. A utilização dos jogos não pode ser apenas para diversão ou tentativas de se acertar uma jogada, o aluno precisa adotar uma postura em que o conhecimento lógico e intuitivo se manifeste.

O ser humano de uma forma em geral se encontra inserido em uma realidade onde diariamente nos deparamos com problemas a serem resolvidos, é o que relata Polya (1997) em sua pesquisa:

Resolver problemas é da própria natureza humana. Podemos caracterizar o homem como o 'animal que resolve problemas'; seus dias são preenchidos com aspirações não imediatamente alcançáveis. A maior parte de nosso pensamento consciente é sobre problemas; quando não nos entregamos a simples contemplação, ou devaneios, nossos pensamentos estão voltados para algum fim (POLYA, 1997, p.2 apud MARCO, 2004, p.10).

É evidente que ao nos depararmos com problemas no dia a dia, nem sempre eles são solucionados de imediato. Esse é um fator que os professores devem analisar em sala de aula, pois ao propor um problema, o aluno precisa resolvê-lo para compreender os conceitos esperados naquela aula. Mesmo que demore um pouco, o professor deve incentivá-lo a buscar estratégias de maneira que obtenha as respostas.

A resolução de problemas permite que o professor coloque em prática o papel de mediador, ao elaborar questões em cima do jogo proposto que levem o aluno refletir e chegar as suas conclusões. Algumas perguntas que podem ser utilizadas são: “[...] Essa é a única jogada possível? Se houver alternativa, qual escolher e porque escolher esta ou aquela? Terminado o problema ou a jogada, quais os erros e porque foram cometidos?” (DA SILVA, 2004, p.4). Principalmente ao se deparar com más jogadas dos alunos o professor deve aproveitar essa oportunidade para criar questões que os levem a resolver os problemas, neste caso, ganhar a jogada.

O fato de o aluno ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar o problema, a transformar um dado problema numa fonte de novos problemas, evidencia uma concepção de ensino e aprendizagem não pela mera reprodução de conhecimentos, mas

pela via da ação refletida que constrói conhecimentos. (BRASIL, 1997, p.33).

Segundo os PCEM “As fórmulas devem ser consequência do raciocínio combinatório desenvolvido frente à resolução de problemas diversos e devem ter a função de simplificar cálculos quando a quantidade de dados é muito grande” (BRASIL, 2000, p. 127). Isso nos mostra que oferecermos e aplicarmos fórmulas ao se iniciar as aulas não condiz com a proposta oferecida ao ensino médio.

A resolução de problemas perante o ensino mediado por jogos é uma perspectiva interessante e necessária. O jogo não deve ser jogado apenas pelo jogo sob o risco de que se perca o objetivo matemático. Normalmente a resolução de problemas vem atrelada a algumas características que Da Silva (2004) faz questão de citar:

Em geral, situações-problema têm as seguintes características:

- a) são elaboradas a partir de momentos significativos do próprio jogo;
- b) apresentam um obstáculo, ou seja, representam alguma situação de impasse ou decisão sobre qual a melhor ação a ser realizada;
- c) favorecem o domínio cada vez maior da estrutura do jogo;
- d) têm como objetivo principal promover análise e questionamentos sobre a ação de jogar, tornando menos relevante o fator sorte e as jogadas por ensaio e erro. (DA SILVA, 2004, p.4).

A resolução de problemas propõe que o aluno entenda o jogo não só como um divertimento e uma forma prazerosa de se aprender, mas como a oportunidade de construir conceitos a partir de questionamento. No jogo não basta o aluno acertar as jogadas, mas sim como acertá-las, usando estratégias para a solução.

Moura (1992, p.51) em seu trabalho ressalta a postura que o professor deve adotar ao decidir pela resolução de problemas, neste caso através dos jogos, é muito aquém de resolver apenas o proposto problema. O professor precisa ter em mente o desejo de amadurecer seus alunos. Falamos isso porque ao inserir o método de resolução de problemas o professor está intervindo no processo educativo do aluno levando-o a compreender a situação-problema, esquematizar uma solução e colocar em prática.

Mediante todos esses conceitos, podemos observar que a inserção na educação matemática de jogos pedagógicos atrelados à resolução de problemas é um grande aliado a tornar os alunos construtores do seu próprio

conhecimento facilitando o ensino e a aprendizagem de qualidade e valorizando uma nova metodologia, pois é muito importante inovar. Tudo depende do posicionamento do professor em relação à atividade. Se mesmo ao trazer abordagens completamente inovadoras o professor tiver uma postura errônea, sem dúvidas resultará em um trabalho de péssima qualidade.

4. O ENSINO DA PROBABILIDADE ATRAVÉS DE JOGOS

Sabendo a grande importância para o ensino da probabilidade na vida escolar dos alunos, e que saber empregá-la e interpretá-la contribui também para a formação dos mesmos quanto cidadãos, entendemos que investir em novas metodologias de ensino para tal assunto é fundamental. Isto nos abre um leque de opções para diversificar a aula e deixar a turma motivada.

Apesar de encontrarmos um grande número de trabalhos e artigos abordando o tema probabilidade e seu ensino e muitos referenciais teóricos a respeito da utilização dos jogos para o ensino da matemática, não é fácil encontramos especificamente falando da utilização dos jogos no ensino da probabilidade. Fato curioso foi que depois de toda literatura estudada pudemos perceber que os objetivos dos jogos como ferramentas didáticas se assemelham ao objetivo proposto para o ensino da probabilidade, que é trazer a disciplina para a vivência do aluno.

Mediante esta abordagem o presente trabalho vem trazendo uma proposta de ensino para o estudo do raciocínio e do cálculo probabilístico através do jogo de bingo para o ensino médio. A princípio a pesquisa se basearia apenas na aplicação de jogos para o ensino da probabilidade, mas depois de realizada uma pesquisa mais abrangente, optamos por utilizar o jogo através da metodologia de resolução de problemas.

A nossa proposta é a de que o professor não utilize os jogos apenas para a fixação do conteúdo, pois desta forma estará ensinando a matemática para resolver um jogo e não um jogo para entender a matemática. A intenção é que o professor se aproprie das regras do jogo a fim de introduzir o conteúdo de probabilidade, mesmo que a princípio pareça difícil.

4.1 Proposta pedagógica para o ensino de probabilidade através do bingo

A proposta oferecida neste trabalho vem baseada num jogo desenvolvido e aplicado por Ribeiro (2016) em uma turma de 9º ano do ensino Fundamental de uma escola pública do estado do Paraná. Compreendemos que este jogo ao ser utilizado para introduzir o conceito de probabilidade é um excelente recurso, principalmente por se tratar de um jogo de azar onde

poderemos começar com a ideia de chances de se vencer o jogo que é a parte inicial da probabilidade.

4.1.1 Tema

A utilização do bingo para o ensino de conceitos básicos de probabilidade.

4.1.2 Regras do jogo

O jogo do bingo já é bastante conhecido e ainda hoje muito utilizado em casas de jogos e também para sorteios, utilizado como uma atividade de lazer. As suas regras são básicas e claras. O jogo é constituído por uma quantidade finita de números. Neste caso utilizaremos 30 números, pois é a quantidade presente no jogo tradicional. Estes ficam dentro de algum recipiente a fim de ser sorteados. Os participantes do jogo recebem cada um, uma cartela enumerada com 10 números, porém números aleatórios. Também são distribuídos algum tipo de material, normalmente sementes, para se marcar os números sorteados contidos em sua cartela. Vence o jogador que a partir dos sorteios for o primeiro a completar todos os números da cartela. É essencial que as cartelas sejam levadas já impressas a fim de se obter mais tempo na aplicação do jogo.

Para a aplicação deste jogo, pensamos em uma pequena modificação das cores nos números sorteados. Normalmente o jogo do bingo traz somente peças de uma única cor, porém nesta nova roupagem utilizaremos 15 peças brancas e 15 peças pretas dentro da urna enumeradas da mesma forma de 1 a 30 a fim de trabalhar questões de contagem em probabilidade.

4.1.3 Objetivo

- Ensinar ao aluno experimento aleatório, espaço amostral, evento e probabilidade através do bingo.

4.1.3.1 Objetivos específicos

- Construir o conceito de probabilidade com a participação da turma.

- Definir com o auxílio do jogo: experimento aleatório, espaço amostral, evento e probabilidade.
- Utilizar conceito de eventos independentes simultâneos para a resolução de algumas questões.

4.1.4 Metodologia

Essa atividade foi planejada para uma turma de segundo ano do ensino médio pelo fato de já terem visto alguns conceitos que antecedem a probabilidade e que geralmente são vistos entre o primeiro e segundo bimestres do segundo ano do ensino médio.

A nossa sugestão é que o professor divida a turma em grupos. O trabalho em grupo é sempre algo interessante, e pode ser adotado tanto em jogos ou sem ser com jogos. Essa estratégia possibilita ao aluno se aproximar dos seus colegas e mesmo que tenha assuntos paralelos, ele se sentirá mais confiante em analisar fatores do jogo.

Esse planejamento de aula requer pelo menos duas aulas seguidas de matemática contendo no mínimo 40 minutos cada, pois ao aplicar uma atividade lúdica, como neste caso um jogo, levamos ao menos 15 minutos para organização dos grupos e preparo da atividade restando em média 60 minutos para o jogo. Também é muito importante que o professor dê em aulas anteriores uma revisão sobre o conteúdo de análise combinatória para que não seja preciso interromper o jogo com dúvidas de outro conteúdo.

Em primeiro momento o professor distribuirá as cartelas para os alunos e explicará as regras básicas do bingo para se iniciar a partida. Antes que se inicie o professor deve começar um diálogo sobre quem na sala tem mais chances de ganhar. Isso possivelmente deixará a turma agitada, mas é importante que o professor ouça as respostas e explique que as chances são iguais para todos os jogadores, visto que as cartelas possuem a mesma quantidade de números e foram distribuídas aleatoriamente.

Então já que as chances são as mesmas o professor lança uma pergunta sobre qual é a chance de cada aluno vencer a partida. Para a

resposta o professor deve conscientizar a turma de que cada aluno tem uma chance de vencer. Assim o que ele quer é vencer a partida, mas contra ele está o restante da turma que também pode vencer. Então por exemplo em uma turma de vinte alunos, João tem uma chance de ganhar num total de 20 alunos, onde todos a princípio têm a mesma chance de ganhar. Para se formar a ideia de quociente entre os resultados obtidos usaremos a mesma ideia de fração, pensando em uma barra de chocolate. Uma barra de chocolate é inteira, ou seja, 1, se quisermos metade da barra teremos que dividir ela ao meio e pegar apenas um pedaço ou seja 1 pedaço de 2 que é igual a metade da barra e consecutivamente 0,5. Sendo assim $0,5 = \frac{1}{2}$. Desta mesma forma a chance de João vencer é $\frac{1}{20} = 0,05$.

A fim de alcançarmos o primeiro objetivo específico, agora que os alunos já sabem as chances que eles têm de vencer, o professor irá conceituar casos favoráveis como sendo aquele numero que te favorecerá, ou seja, o número que você quer e casos possíveis como sendo o total de pessoas que poderá vencer a partida. Agora que eles já conhecem casos favoráveis e casos possíveis, basta o professor dizer que para descobrir a probabilidade de se vencer no jogo basta realizar o quociente entre casos favoráveis e casos possíveis.

Tendo feito isso o professor realizará a primeira rodada no bingo e observará quem ou se marcaram pontos. Se tiverem pessoas pontuando então ele irá perguntar: *Questão 1 - Os alunos que marcaram na primeira rodada, teriam mais chances de acertar o próximo número do que os demais alunos da sala?* O professor deve deixá-los responder ao seu modo e em seguida falar sobre como a probabilidade pode dar essa precisão na resposta e introduzir o conceito de probabilidade para que eles façam os cálculos da seguinte maneira:

Solução: A questão nos pede para calcularmos a probabilidade tanto do Aluno 1 quando do aluno 2 pontuar na próxima rodada, se considerarmos aluno 1 aqueles que acertaram ponto na primeira rodada e Aluno 2 aqueles que não marcaram pontos na primeira rodada. Para esse calculo já sabemos que precisamos identificar o número de casos favoráveis, que são aqueles que

farão o aluno pontuar na segunda rodada e o número de casos possíveis, que é o total de números que podem ser sorteados. Então teremos:

Aluno 1 = Casos favoráveis = 9

Casos possíveis = 29

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{CASOS FAVORÁVEIS}}{\text{CASOS POSSÍVEIS}} = \frac{9}{29} \cong 0,3103 = 31,03\%$$

Aluno 2 = Casos favoráveis = 10

Casos possíveis = 29

$$\text{Probabilidade} = \frac{\text{CASOS FAVORÁVEIS}}{\text{CASOS POSSÍVEIS}} = \frac{10}{29}.$$

O professor irá introduzir neste momento a ideia de porcentagem, dizendo que não é muito elegante que uma resposta fique em forma de fração ao falarmos de probabilidade. Então para transformarmos essas frações em porcentagem, a palavra já remete ao seu significado: Por cento. Então iremos calcular o número que multiplicado pelo denominador nos resultaria em 100. Ao acharmos esse resultado o multiplicamos pelo numerador da seguinte maneira para o aluno um: $\frac{9}{29} \cong \frac{31,03}{100} = 31,03\%$ e para o aluno dois: $\frac{10}{29} \cong \frac{34,48}{100} = 34,48\%$

Desta maneira concluímos que os jogadores que não marcaram na primeira rodada têm mais chances de marcar pontos na segunda rodada. Cabe ao professor esclarecer aos alunos que quanto menor o número em sua cartela também será menor o número de chances de se pontuar, ainda que exista.

Agora que o aluno já compreende a ideia de como se calcular a probabilidade para atingir o segundo objetivo específico o professor irá fazer um paralelo entre o bingo e conceitos probabilísticos a começar falando que ao realizar o sorteio sempre obteremos resultados diferentes. Então o bingo é um experimento aleatório visto que quando repetido em iguais condições, podem fornecer resultados diferentes. Sendo assim, qualquer situação em que ao realizar o mesmo experimento conseguimos resultados distintos denominamos experimento aleatório.

Em seguida definirá espaço amostral como sendo o conjunto de todos os possíveis resultados de um experimento aleatório, mais conhecido pelos

alunos até o momento como casos possíveis. Então o professor deve explicar para os alunos que neste experimento aleatório, o jogo do bingo, o nosso espaço amostral contém 30 elementos. Representaremos o espaço amostral pela letra S , então: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots, 29, 30\}$.

Os casos favoráveis estudados até agora que é aquilo que você quer em uma situação, será definido como evento. O evento é um conjunto de resultados (Subconjunto do espaço amostral). Por exemplo, podemos definir um evento C dos números pares no bingo, desta forma teremos: $C = \{2, 4, 6, 8, \dots, 30\}$. O professor deve esclarecer também que cada sorteio no bingo é um evento com apenas um elemento.

Então para formalizar o que o professor já passou para a turma até neste momento ele definirá a probabilidade como dada pelas possibilidades de um evento ocorrer levando em consideração que o seu espaço amostral seja finito, formada pelo número de elementos do evento (numerador) sobre o número de elementos do espaço amostral (denominador). Considere os seguintes elementos:

- E é um evento.
- $n(E)$ é o número de elementos do evento.
- S é espaço amostral.
- $n(S)$ é a quantidade de elementos do espaço amostral.

Então a probabilidade do evento E ocorrer são: $p(E) = \frac{n(E)}{n(S)}$.

É muito importante que após o professor definir esses conceitos ele passe a adotar a linguagem matemática mesmo no decorrer do jogo. Frases como: O evento sorteado foi... , retirei do espaço amostral... , são frases que estimularão os alunos a começar a pensar em probabilidade.

Agora que o professor já ofereceu a fórmula os alunos estarão prontos para o terceiro objetivo específico que o levará a realizar cálculos mais elaborados, caso contrário os alunos podem começar a se sentir desinteressados. Então é neste terceiro momento que utilizaremos algumas ideias de eventos independentes simultâneos para a realização dos cálculos.

A cada rodada do bingo, podem ser feitas novas perguntas envolvendo probabilidade aos alunos. É claro que ao realizar estas perguntas não podemos esperar que eles respondam com linguagem matemática, utilizarão

uma linguagem um pouco mais informal para relatar o que o jogo está lhes mostrando. Mas na medida em que for se desenrolando o jogo é necessário que o professor corrija a linguagem utilizada para fins de aprimoramento no conteúdo. Isto é útil, pois os alunos se sentirão participantes desta construção. Sugerimos algumas questões a serem utilizadas:

Questão 2 - Qual a chance de uma cartela vazia ter um número contemplado no próximo sorteio, dado que o bingo já teve três números sorteados?

Solução:

Três números já foram sorteados não pertencendo mais ao espaço amostral.

Então Espaço amostral: $n(S) = 27$

A quantidade de números em cada cartela é 10, e visto que ele não preencheu nenhum número usaremos o número total. Então Evento: $n(E) = 10$

Desta forma: $P(E) = \frac{10}{27} \cong 0,3703 = 37,03\%$

Então a chance de uma cartela vazia ser preenchida na próxima rodada é 25,77%

Questão 3 - Qual é a probabilidade de acertar 2 bolas nas primeiras 2 rodadas?

Solução:

A probabilidade de se acertar uma bola na primeira rodada é: $P(E) = \frac{10}{30} \cong$

$0,333 \dots \cong 33,33\%$. Já na segunda rodada, dado que acertou a primeira essa chance é: $P(E) = \frac{9}{30} = \frac{3}{10} = 0,3 = 30\%$.

Como nessa questão é pedido que calculasse a probabilidade dos dois eventos acontecerem, ou seja, um e o outro então o professor explicará que iremos utilizar a multiplicação para obter esse resultado. Então:

$P(E) = \frac{10}{30} \times \frac{3}{10} = 0,1 = 10\%$.

É provável que algum aluno diga que é mais difícil, por acontecer raramente. Porém mesmo que seja bem pequena essa chance existe sim, e o professor deve estimular a sua turma a realizar os cálculos. Como não são

números inteiros, não vejo problemas em se usar a calculadora nesta aula. O mais importante é que o aluno entenda como a probabilidade é calculada.

Questão 4: Qual a probabilidade de na 6 rodada ser sorteada uma bola branca se nas 5 primeiras rodadas foram sorteadas bolas pretas?

Solução:

Na sexta rodada possuem apenas 25 bolas na urna sendo que das 25 bolas, 15 são brancas e 10 são pretas. Desta forma nosso $n(s) = 25$ e $n(e) = 15$

$$\text{Então: } P(E) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5} = 0,6 = 60\%$$

Questão 5: Qual a probabilidade de na primeira rodada ser sorteado um número par e a bola preta?

Solução:

Para bola preta temos: $n(E) = 15$ e $n(S) = 30$ então: $P(E) = \frac{15}{30} = 0,5 = 50\%$.

Para número par temos: $n(E) = 15$ e $n(S) = 30$ então: $P(E) = \frac{15}{30} = 0,5 = 50\%$ Por eventos independentes simultâneos já explicado pelo professor anteriormente temos: $P(E) = 0,5 \times 0,5 = 0,25 = 25\%$.

Questões como essas devem ser formuladas apenas para a primeira rodada, pois depois não teremos como saber quais números e cores foram retiradas da urna. A menos que o professor deixe amostra para que seus alunos façam as contas para calcular quais peças ainda estão na urna.

Se o professor julgar necessário pode acrescentar outras questões às rodadas do bingo, porém para um planejamento de 60 minutos de atividade acreditamos ser suficiente 5 questões pois os alunos estarão aprendendo o conteúdo neste momento e possivelmente realizarão a atividade em um ritmo mais desacelerado. Para finalizar a atividade basta definir-se um vencedor e em seguida recapitular os conceitos utilizados para a formulação da atividade.

Ao olhar de muitos pode parecer uma atividade básica sem muitos conceitos definidos, mas vale lembrar que essa aula será uma aula introdutória

ao assunto e dentre tantos aspectos positivos citados anteriormente, o jogo é capaz de atrair os alunos os deixando mais concentrados e conseqüentemente tornar mais fácil a compreensão do conteúdo para próximas aulas.

4.1.5 avaliação

Para avaliar se os objetivos do jogo foram alcançados na turma montamos um pequeno questionário a fim de que o aluno com suas palavras diga o que aprendeu. Neste questionário iremos identificar conceitos de probabilidade que foram ministrados no decorrer da atividade e cálculos paralelos aos da aula. O questionário é formulado com quatro perguntas. São elas:

Questão 1: Com suas palavras descreva o que são evento e espaço amostral.

Questão 2: Da mesma maneira descreva o que é experimento aleatório.

Questão 3: Uma urna contém bolas numeradas de 1 a 20. Determine a probabilidade de que seja retirada ao acaso uma bola contendo um número múltiplo de 4.

Questão 4: Um dado e uma moeda são lançados. Determine a probabilidade de ocorrer cara na moeda e a face 6 no dado.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os jogos como ferramenta didática têm diversos benefícios para a aprendizagem dos alunos. Até mesmo aqueles mais tímidos, que nas aulas ditas tradicionais não expõem suas dúvidas por medo da reação dos colegas de classe ou mesmo por não saber como o professor reagirá, são capazes de comentar e argumentar sobre a atividade proposta, o que o torna construtor do seu próprio conhecimento.

O presente trabalho traz uma abordagem sobre o bingo no ensino da probabilidade e mostra como pode ser fácil unir um conceito matemático com um jogo se o professor tiver criatividade, coragem e experiência prévia sobre o assunto. Não é necessário que se trabalhe apenas jogos já utilizados anteriormente, o professor tem total liberdade para criar uma atividade sobre assuntos de seu conhecimento de formação, em cima dos jogos que já conhece, mas que ainda não foram utilizados para aulas matemáticas, ou mesmo criar um jogo, ditando suas regras.

É claro que assim como qualquer aula ou atividade proposta pelo professor encontramos alguns obstáculos, como por exemplo, para a utilização deste jogo é importante que a turma tenha tido conteúdos anteriores à probabilidade. Tal fato pode até ser considerado como motivação para se estudar análise combinatória, por exemplo, para uma maior elaboração das questões apresentadas pelo professor, que pode ser proposta em uma outra aula.

Queremos que o professor compreenda que com a utilização dos jogos como um recurso didático para o ensino pode-se conquistar muito mais espaço entre os alunos ao se falar de matemática. A nossa sugestão é que se utilizem os jogos atrelados à resolução de problemas para o ensino da probabilidade no ensino médio, a fim de que utilizando essa nova metodologia os alunos sejam capazes de argumentar e questionar como já dito anteriormente participando da construção de conceitos. Os conceitos sempre serão mediados pelo professor – nesta perspectiva, o professor é o condutor, tem um papel fundamental, não maior nem menor, mas fundamental. É ele quem organiza, propõe a atividade, conduz as questões que serão postas e orienta os alunos.

Usamos a ideia de motivação ao aplicar esta atividade, ou seja, antes que o aluno conheça os conceitos de probabilidade. Muitos usam os jogos como atividade de fixação, porém muitas vezes por utilizar primeiro fórmulas e definições, os alunos se sintam acuados o que torna a interpretação de um problema muito mais difícil.

Podemos perceber que se pretendemos implantar os jogos no ensino da matemática, em especial no ensino da probabilidade, existe muito trabalho a ser feito. É claro que existem muitos fatores que levam os professores a não adotar aulas diversificadas. Seja por falta de coragem ou por falta de estímulo, a verdade é que é muito prazeroso investir em novas metodologias e novos recursos didáticos.

Todo esse processo depende muito do professor. Cabe a ele organizar e deixar uma aula mais dinâmica trazendo novos recursos didáticos para o ensino. Certamente a turma ficará um pouco barulhenta, mas isso totalmente aceitável ao pensarmos em uma turma apática. O ser humano é sociável por natureza então organizar grupos e possibilitar uma diversão sem dúvidas os farão amar as aulas de matemática.

A atividade não pôde ser aplicada por motivo de tempo e distância da cidade onde fica a faculdade e consecutivamente escolas vinculadas para estágios e pesquisas, porém para dar continuidade a essa pesquisa pretende-se aplica-la em diferentes turmas a fim de avaliar a nossa proposta pedagógica. Acreditamos que com mais essa experimentação será possível enriquecer ainda mais a pesquisa e contribuir para o avanço nos estudos de probabilidade.

6. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Paulo Nunes de. **Educação lúdica: técnicas e jogos pedagógicos**. São Paulo: Moema, 1990 EDITORA LOYOLA

ARCEGO, Priscila; BERLANDA, Juliane Carla. A História da Matemática Como Meio de Interlocução no Ensino da Probabilidade.

BARROSO, J.M. **Conexões com a Matemática**. Editora Moderna. Volumes 1 e 2. 1º edição São Paulo, 2010.

BRASIL, MEC. Parâmetros Curriculares. ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC–Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 2000.

BRASIL, MEC. Parâmetros Curriculares. Secretaria de Educação Fundamental. **Brasília: MEC/SEF**, v. 1998.

CARMO, Anselmo Gonçalves do. Teoria e aplicação da probabilidade no ensino médio. 2005. MONOGRAFIA Universidade Católica de Brasília.

CARVALHO, Dione Lucchesi; OLIVEIRA, Paulo César. Quatro concepções de probabilidade manifestadas por alunos ingressantes na Licenciatura em Matemática: clássica, frequentista, subjetiva e formal. **Anais...** 25a. Reunião Anual da Anped. 2002.

SILVA, Aparecida Francisco da; KODAMA, Helia Matiko Yano. Jogos no ensino da Matemática. **Anais...** II Bienal da Sociedade Brasileira de Matemática, p. 1-19, 2004.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O jogo e a construção do conhecimento matemático**. 1992.

QUEIROZ, Cileda de; COUTINHO, Silva. Conceitos probabilísticos: quais contextos a história nos aponta?. **Revemat: Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 1, p. 50-67, 2007.

LOPES, Celi Espasandin. O ensino da estatística e da probabilidade na educação básica e a formação dos professores. **Cad. Cedes**, Campinas, v. 28, n. 74, p. 57-73, 2008.

LOPES, José Marcos. A concepção clássica de probabilidade através do jogo Mini-Bozó (CO). In: **Anais... III CONFERÊNCIA INTERAMERICANA DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**. 2011. EDITORA

LOPES, José Marcos; DE CARVALHO REZENDE, Josiane. Um novo jogo para o estudo do raciocínio combinatório e do cálculo de probabilidade. **Boletim de Educação Matemática**, v. 23, n. 36, 2010.

MARCO, Fabiana Fiorezi de et al. Estudo dos processos de resolução de problema mediante a construção de jogos computacionais de matemática no ensino fundamental. 2004.

RIBEIRO, Carlos Eduardo; GOULART, Amari. O ensino de probabilidade por meio de jogos na educação de jovens e adultos. **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 11, p. 1-15, 2013.

RIBEIRO, Naiara Aparecida. O bingo como recurso didático para o ensino de probabilidade: Uma experiência no 9º ano do ensino fundamental. **Anais ... Encontro Nacional de Educação a Distância**.

RICCETTI, Vanessa Pugliese. Jogos em grupo para educação infantil. **Educação Matemática em Revista** 8.11, 2001. 18-25.

VIALI, Lorí. Algumas considerações sobre a origem da Teoria da Probabilidade. **Revista Brasileira de História da Matemática**, v. 8, n. 16, p. 143-53, 2008.